

УДК 51-77

ОПТИМАЛЬНАЯ ИНВЕСТИЦИОННАЯ И ДИВИДЕНДНАЯ ПОЛИТИКА ДВУХПРОДУКТОВОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Пачина Елена Сергеевна

аспирант

Московский физико-технический институт
(государственный университет), Москва

author@apriori-journal.ru

Аннотация. В статье описывается модель оптимального распределения прибыли многопродуктового предприятия между дивидендами, инвестициями в основные и оборотные фонды, в качестве критерия оптимальности рассматривается два вида дохода собственников (акционеров) предприятия: накопленные дивиденды и стоимость предприятия. Исследуется вопрос появления режимов распределения прибыли на интервале планирования. Подробно изучается оптимальная инвестиционная и дивидендная политика двухпродуктового предприятия.

Ключевые слова: инвестиционная политика; дивидендная политика; двухпродуктовое предприятие; основные фонды; оборотные фонды; прибыль; интервал планирования; режим распределения прибыли.

SEQUENCE ANALYSIS OF PROFIT DISTRIBUTION MODES OF TWO-PRODUCT ENTERPRISE ON RANGE PLANNING

Pachina Elena Sergeevna

postgraduate

Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Moscow

Abstract. The article describes the model of optimal profit's distribution of multi-product enterprise between dividends, investment in the capital and circulating funds, as optimality criterion considers two types of income owners (shareholders) of the enterprise: accumulated dividends and the enterprise value. The sequence of profit distribution modes on range planning is explored. The optimal investment and dividend policy of two-product enterprise is analyzed in detail.

Key words: investment policy; dividend policy; two-product enterprise; capital funds; circulating funds; profit; range planning; profit distribution mode.

В работе рассматривается вопрос оптимального распределения прибыли многопродуктового предприятия между инвестициями и дивидендами. Актуальность вопроса рационального использования финансовых ресурсов связана с условиями их ограниченности, в рамках которых предприятие вынуждено осуществлять свою деятельность. В качестве оценки проводимой финансовой политики рассматривается критерий, сочетающий в себе некоторый баланс между капиталом и инвестиционной привлекательностью предприятия для акционеров. Данная работа является продолжением изучения модели распределения прибыли между инвестициями и дивидендами многопродуктового предприятия [2-4], в ней рас-

считается последовательность появления режимов распределения прибыли, а также оптимальная политика предприятия (под политикой предприятия подразумевается направление прибыли на инвестиции и/или дивиденды).

В книге [1] рассматривается оптимальная с точки зрения акционеров (собственников) модель распределения прибыли однопродуктового предприятия между инвестициями и выплатой дивидендов. Под режимом инвестирования подразумевается направление прибыли на увеличение стоимости производственных фондов, под режимом выплаты дивидендов подразумевается направление прибыли акционерам в виде дивидендов. При оптимальном распределении прибыли на интервале планирования режим инвестирования сменяется режимом выплаты дивидендов, если рентабельность производства больше чем депозитная ставка. Если же рентабельность меньше ставки по депозитам, то интервал планирования также делится на два участка, при этом на первом из них прибыль следует направлять только на выплату дивидендов, а на втором – на увеличение стоимости предприятия.

В работах [2-3] рассматривается инвестиционная и дивидендная политика двухпродуктового предприятия, у которого независимы технологии выпуска продуктов. Можно сказать, что в данном случае модель описывает централизованное распределение прибыли двух однопродуктовых предприятий с разными рентабельностями. В результате проведенных исследований автор приходит к выводу, что средства на развитие менее рентабельного производства не направляются, а прибыль делится между инвестициями в более рентабельное производство и выплатой дивидендов, причем последовательность появления режимов распределения прибыли аналогична последовательности режимов при распределении прибыли однопродуктового предприятия.

В работе [4] исследуется оптимальная инвестиционная политика двухпродуктового предприятия при условии, что выпуски продуктов не

являются независимыми. В этом случае прибыль может направляться на инвестиции в основные фонды (режим инвестирования в основные фонды), на инвестиции в оборотные фонды (режим инвестирования в оборотные фонды) и на инвестиции в оба вида фондов (режим инвестирования). При изучении инвестиционной политики двухпродуктового предприятия было получено, что в общем случае интервал планирования делится на два участка, на первом из них предприятие наращивает те фонды, которые в текущий момент у него дефицитны, а на втором – согласованно увеличивает стоимость основных и оборотных фондов. При этом на первом участке предприятие действительно двухпродуктовое (т.е. производит оба продукта), на втором же участке производство одного из продуктов обнуляется, и предприятие становится однопродуктовым.

В данной статье автор продолжает исследование модели распределения прибыли двухпродуктового предприятия (выпуск первого продукта зависит от выпуска второго и, наоборот) между инвестициями и дивидендами в части определения последовательности появления режимов распределения прибыли на интервале планирования, а также определения оптимальной продолжительности режимов инвестирования и выплаты дивидендов. Экономико-математическая модель распределения прибыли многопродуктового предприятия описана в работе [4], приведем основные положения:

- ограничения на выпуски продуктов за период t связаны с имеющимися в распоряжении предприятия основными и оборотными фондами на начало периода t как $\sum_{i=1}^N b_{oc,i} v_i^t \leq \Phi_{oc}^{t-1}$ и $\sum_{i=1}^N b_{ob,i} v_i^t \leq \Phi_{ob}^{t-1}$, где v_i^t – выпуск i -го продукта, Φ_{oc}^t и Φ_{ob}^t – стоимость основных и оборотных фондов, N – количество видов производимых продуктов, а $b_{oc,i}$ и $b_{ob,i}$ – капиталоемкость производства и капиталоемкость оборота выпуска i -го продукта соответственно;

- прибыль за период t формируется за счет реализации произведенной продукции $\Pi^t = \sum_{i=1}^N \eta_i (c_i - s_i) v_i^t$, где c_i и s_i – стоимость и себестоимость i -го продукта (в модели предполагается, что они не изменяются на всем интервале планирования), а коэффициент η_i зависит от налоговых ставок, а также от размера взносов в государственные социальные внебюджетные фонды;
- прибыль в конце периода t распределяется между выплатой дивидендов D^t , инвестициями в основные U_{oc}^t и оборотные $U_{об}^t$ фонды:

$$\Pi^t = U_{oc}^t + U_{об}^t + D^t;$$
- стоимость фондов изменяется за счет инвестиций $\Phi_{oc}^t = \Phi_{oc}^{t-1} + U_{oc}^t$,
 $\Phi_{об}^t = \Phi_{об}^{t-1} + U_{об}^t$;
- ценность предприятия определяется с точки зрения акционеров как сумма накопленных дивидендов и стоимости предприятия в конце планового периода T .

$$K = \chi (\Phi_{oc}^T + \Phi_{об}^T) + \sum_{t=1}^T D^t (1 + \beta)^{T-t} \quad (1)$$

где χ – отношение рыночной стоимости предприятия к его бухгалтерской стоимости, β – банковская ставка по депозитам.

Как и в работе [4] введем новые обозначения

$$\begin{aligned} x_i^t &= \eta_i (c_i - s_i) v_i^t; \\ A_i &= \frac{b_{oc,i}}{\eta_i (c_i - s_i)}, \quad B_i = \frac{b_{об,i}}{\eta_i (c_i - s_i)} \end{aligned} \quad (2)$$

Отметим, что коэффициенты A_i и B_i положительные, а x_i^t – прибыль, полученная предприятием при реализации i -го продукта за период t . Объединяя приведенные выше основные положения модели и

формулы (1)-(2), получаем динамическую задачу оптимального распределения прибыли многопродуктового предприятия

$$\begin{aligned}
 & \max_{\Phi_i^t, U_i^t, D^t} K \\
 & \sum_{i=1}^N A_i x_i^t \leq \Phi_{oc}^{t-1}, \quad \sum_{i=1}^N B_i x_i^t \leq \Phi_{ob}^{t-1}, \\
 & \sum_i x_i^t = U_{oc}^t + U_{ob}^t + D^t, \\
 & \Phi_{oc}^t = \Phi_{oc}^{t-1} + U_{oc}^t, \quad \Phi_{ob}^t = \Phi_{ob}^{t-1} + U_{ob}^t, \\
 & U_{oc}^t \geq 0, D^t \geq 0, U_{ob}^t \geq 0, \Phi_{oc}^0 = fix, \Phi_{ob}^0 = fix, \quad t = 1, \dots, T
 \end{aligned} \tag{3}$$

Предположим, что предприятие производит два продукта, а параметры задачи таковы, что $Z = A_1 B_2 - A_2 B_1 > 0$ (прямые, ограничивающие выпуски продуктов, не параллельны) и существует положительное число t^* :

$$\frac{A_1 \Phi_{ob}^0 - B_1 \Phi_{oc}^0}{Z} - \frac{B_1}{Z} \left[\left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^{t^*} - 1 \right] \left[\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{ob}^0 \right] = 0 \tag{4}$$

Существование положительного числа t^* обозначает, что изначально у предприятия избыточны оборотные средства. Кроме того, предположим, что $B_2 - B_1 > A_1 - A_2$, тогда, учитывая результат работы [4], получаем, что на интервале планирования могут присутствовать следующие режимы распределения прибыли:

1. режим инвестирования в основные фонды $\Pi^t = U_{oc}^t$;
2. режим инвестирования $\Pi^t = U_{oc}^t + U_{ob}^t$;
3. режим выплаты дивидендов $\Pi^t = D^t$.

Определим возможность появления режимов распределения прибыли на интервале планирования.

Последовательность появления режимов распределения прибыли на интервале планирования определяется с помощью формализма Ла-

гранжа, обозначим двойственные переменные p_1^t , p_2^t , r^t , λ_1^t и λ_2^t , тогда лагранжиан задачи

(3) равен

$$L = (p_1^1 + \lambda_1^1)\Phi_{oc}^0 + (p_2^1 + \lambda_2^1)\Phi_{ob}^0 + (\chi - p_1^T)\Phi_{oc}^T + (\chi - p_2^T)\Phi_{ob}^T + \sum_{t=1}^T (\psi^t D^t + \varphi_{oc}^t U_{oc}^t + \varphi_{ob}^t U_{ob}^t) + \sum_{t=1}^{T-1} [(-p_1^t + p_1^{t+1} + \lambda_1^{t+1})\Phi_{oc}^t + (-p_2^t + p_2^{t+1} + \lambda_2^{t+1})\Phi_{ob}^t] + \sum_{t=1}^T [(r^t - A_1 \lambda_1^t - B_1 \lambda_2^t)x_1^t + (r^t - A_2 \lambda_1^t - B_2 \lambda_2^t)x_2^t] \quad (5)$$

где функции ψ^t , φ_{oc}^t и φ_{ob}^t определены следующим образом

$$\begin{aligned} \psi^t &= (1 + \beta)^{T-t} - r^t \\ \varphi_{oc}^t &= p_1^t - r^t \\ \varphi_{ob}^t &= p_2^t - r^t \end{aligned} \quad (6)$$

Из равенства нулю производной лагранжиана (5) по переменным Φ_{oc}^t и Φ_{ob}^t следует, что

$$\begin{aligned} -p_1^t + p_1^{t+1} + \lambda_1^{t+1} = 0 \text{ и } -p_2^t + p_2^{t+1} + \lambda_2^{t+1} = 0 \text{ при } t=1,2,\dots,T-1 \\ p_1^T = \chi \text{ и } p_2^T = \chi \end{aligned} \quad (7)$$

Иначе выглядят условия оптимальности по переменным U_{oc}^t , U_{ob}^t , D^t , x_1^t и x_2^t (более подробно этот вопрос освещен в [1]):

$$\begin{aligned} U_{oc}^t = 0 \text{ при } \varphi_{oc}^t < 0; U_{oc}^t \geq 0 \text{ при } \varphi_{oc}^t = 0; \\ U_{ob}^t = 0 \text{ при } \varphi_{ob}^t < 0; U_{ob}^t \geq 0 \text{ при } \varphi_{ob}^t = 0; \\ D^t = 0 \text{ при } \psi^t < 0; D^t \geq 0 \text{ при } \psi^t = 0; \\ x_1^t = 0 \text{ при } r^t - A_1 \lambda_1^t - B_1 \lambda_2^t < 0; x_1^t \geq 0 \text{ при } r^t - A_1 \lambda_1^t - B_1 \lambda_2^t = 0; \\ x_2^t = 0 \text{ при } r^t - A_2 \lambda_1^t - B_2 \lambda_2^t < 0; x_2^t \geq 0 \text{ при } r^t - A_2 \lambda_1^t - B_2 \lambda_2^t = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

В работе [4] было показано, что при положительных выпусках обоих продуктов инвестиции всегда направлены только в один из видов фондов (или в основные, или в оборотные). Из последних двух условий оптимальности (8) следует, что при выпуске предприятием обоих продуктов коэффициенты λ_1^t и λ_2^t равны $\frac{B_2 - B_1}{Z} r^t$ и $\frac{A_1 - A_2}{Z} r^t$ соответственно, если

же предприятие начинает выпускать только первый продукт, то $\lambda_1^t = \lambda_2^t = \frac{1}{A_1 + B_1} r^t$, а если выпускается только второй продукт, то

$$\lambda_1^t = \lambda_2^t = \frac{1}{A_2 + B_2} r^t.$$

Определим последовательность режимов распределения прибыли на интервале планирования.

Предположим, что $0 < \frac{B_2 - B_1}{Z} < \beta$. В данном случае на интервале планирования не может существовать режим инвестирования в оборотные фонды (подробнее в статье [4]). Покажем, что режим инвестирования будет завершать интервал планирования. Предположим, что на двух подряд идущих шагах действует режим инвестирования, при этом $\varphi_{oc}^{t+1} = \varphi_{oc}^t = 0$, $\varphi_{ob}^{t+1} = \varphi_{ob}^t = 0$ и $\psi^t < 0$. В этом случае предприятие будет производить только второй продукт, но тогда из (6), (7) следует, что $p_1^t = p_2^t = r^t$;

$$p_1^{t+1} = p_2^{t+1} = r^{t+1}; \quad r^t = \left(1 + \frac{1}{A_2 + B_2}\right) r^{t+1}; \quad r^t > (1 + \beta)^{T-t}.$$

Объединяя приведенные равенства и неравенство, получаем:

$$\psi^{t+1} = (1 + \beta)^{T-(t+1)} - r^{t+1} < \frac{\frac{1}{A_2 + B_2} - \beta}{1 + \frac{1}{A_2 + B_2}} (1 + \beta)^{T-(t+1)} < 0, \text{ значение функции } \psi^{t+1} \text{ в момент}$$

времени $t+1$ отрицательное, следовательно, рассматриваемый режим, если он существует, завершает интервал планирования.

Перейдем к рассмотрению режима инвестирования в основные фонды. В этом случае предприятие производит оба продукта, следова-

тельно, коэффициенты λ_1^t и λ_2^t равны $\frac{B_2 - B_1}{Z} r^t$ и $\frac{A_1 - A_2}{Z} r^t$ соответственно.

Как и прежде предположим, что два шага подряд предприятие направляет всю прибыль только на увеличение основных средств, при этом $\varphi_{oc}^{t+1} = \varphi_{oc}^t = 0$, $\varphi_{oo}^t < 0$, $\psi^t < 0$. Используя, как и прежде, формулы (6), (7), по-

$$\text{лучаем: } \varphi_{oc}^{t+1} - \varphi_{oc}^t = \left(\frac{\frac{B_2 - B_1}{Z} - \frac{A_1 - A_2}{Z}}{1 + \frac{B_2 - B_1}{Z}} \right) r^t > 0; \quad \psi^{t+1} < \left(\frac{\frac{B_2 - B_1}{Z} - \beta}{1 + \frac{B_2 - B_1}{Z}} \right) (1 + \beta)^{T-(t+1)} < 0.$$

Анализируя полученные выражения, получаем, что рассматриваемый режим может смениться только режимом инвестирования.

Рассмотрим режим выплаты дивидендов при условии выпуска двух продуктов. Предположим, что на двух последовательно идущих шагах t и $t+1$ функция ψ равна нулю, при этом значения функций φ_{oc}^t и φ_{oo}^t отрицательны.

В этом случае $\varphi_{oc}^{t+1} - \varphi_{oc}^t = \left(\beta - \frac{B_2 - B_1}{Z} \right) (1 + \beta)^{T-(t+1)} > 0$ и

$$\varphi_{oo}^{t+1} - \varphi_{oo}^t = \left(\beta - \frac{A_1 - A_2}{Z} \right) (1 + \beta)^{T-(t+1)} > 0.$$

А это обозначает, что режим выплаты дивидендов может смениться.

Итак, в рассматриваемых условиях интервал планирования делится на три части: на первой предприятию следует выплачивать дивиденды, на второй – инвестировать в основные фонды, а на третьей – согласованно инвестировать в оба вида фондов.

Последовательность появления режимов распределения прибыли на интервале планирования при других взаимоотношениях между коэффициентом $\frac{B_2 - B_1}{Z}$ и депозитной ставкой определяется аналогично,

приведем результаты:

- при $\beta = \frac{B_2 - B_1}{Z}$ режиму инвестирования предшествует режим, при котором прибыль направляется на увеличение основных средств и на выплату дивидендов одновременно;

- при $\frac{1}{A_1 + B_1} < \beta < \frac{B_2 - B_1}{Z}$ режим инвестирования в основные фонды может смениться режимом выплаты дивидендов, который в свою очередь может смениться режимом инвестирования;
- при $\beta < \frac{1}{A_1 + B_1}$ на интервале планирования могут присутствовать три режима, которые следуют друг за другом в таком порядке: инвестиции в основные фонды, инвестиции в оба вида фондов, выплата дивидендов;
- при $\beta = \frac{1}{A_1 + B_1}$ интервал планирования завершает режим, при котором одновременно положительны и инвестиции, и дивиденды, а начинает режим инвестирования в основные фонды.

Перейдем к определению оптимальной продолжительности режима инвестирования (в данном случае подразумевается участок интервала планирования, на котором прибыль направляется только на увеличение стоимости предприятия, т.е. в общем случае это сумма продолжительностей участков, на которых прибыль направляется на изменение основных фондов или на изменение обоих видов фондов). Обозначим длительность режима выплаты дивидендов τ , а длительность режима инвестирования ξ ($\tau + \xi = T$). Исследование проводится с помощью метода одношаговой разности, подробнее о котором можно найти в книге [1]. Метод используется для нахождения целочисленного значения аргумента x , при котором дифференцируемая функция одной переменной $f(x)$ достигает экстремума. Отметим, что указанный метод применим для функции $f(x)$, если она имеет единственный экстремум в ее области определения.

Предположим, что $0 < \frac{B_2 - B_1}{Z} < \beta$. Выше было показано, что в данном случае на интервале планирования режимы следуют друг за другом в таком порядке: выплата дивидендов, инвестиции в основные фонды, ин-

вестиции. Обозначим целую часть числа θ^* (4) как θ ($\theta = [\theta^*]$, где [...] – операция выделение целой части числа). В статье [4] было показано, что режим инвестирования в основные фонды длится не более θ шагов.

Предположим, что на интервале планирования присутствуют лишь два режима распределения прибыли: выплата дивидендов длится τ шагов, а режим инвестирования в основные фонды ξ периодов ($1 \leq \xi \leq \theta$). Значение критерия оптимизации равно

$$K = \left(\chi \left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^\xi - \frac{B_2 - B_1}{Z} \frac{(1 + \beta)^\xi}{\beta} \right) \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{oo}^0 \right) + \chi \frac{B_2 - B_1 - (A_1 - A_2)}{B_2 - B_1} \Phi_{oo}^0 +$$

$$+ \frac{(1 + \beta)^T}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{oo}^0 \right) =$$

$$= \bar{K}(\xi) \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{oo}^0 \right) + \chi \frac{B_2 - B_1 - (A_1 - A_2)}{B_2 - B_1} \Phi_{oo}^0 + \frac{(1 + \beta)^T}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{oo}^0 \right),$$

где вспомогательная функция равна $\bar{K}(\xi) = \chi \left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^\xi - \frac{B_2 - B_1}{Z} \frac{(1 + \beta)^\xi}{\beta}$.

Функция $\bar{K}(\xi)$ может иметь не более одной стационарной точки, и, если она существует, то это точка максимума. В этом случае можно применять метод одношаговой разности, для этого определим саму одношаговую разность функции $\bar{K}(\xi)$:

$$\Delta_1 \bar{K}(\xi) = \bar{K}(\xi + 1) - \bar{K}(\xi) = \frac{B_2 - B_1}{Z} \left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^\xi \left[\left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^{\xi_1^*} - \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\xi \right],$$

где значение ξ_1^* решение уравнения

$$\left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^{\xi_1^*} = \chi \quad (9)$$

Тогда, согласно методу одношаговой разности оптимальная продолжительность инвестирования определяется как $\xi^{opt,i} = [\xi_1^*] + 1$. Если же $\xi_1^* = n$ является целым числом, тогда оптимальных целочисленных зна-

чений продолжительности режима инвестирования в основные фонды два: n и $n+1$.

Выше было предположено, что продолжительность режима инвестирования не превышает θ , но тогда $0 < \xi_1^* \leq \theta$, в этом случае

$$1 < \chi \leq \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\theta \quad (10)$$

Перейдем к рассмотрению варианта, при котором $\theta + 1 \leq \xi \leq T$. Предположим, что θ^* не является целым числом. Необходимо определить, на инвестиции в оба вида фондов или же на инвестиции в основные фонды и выплату дивидендов направляется прибыль в конце периода $\tau + \theta + 1$. Для этого рассмотрим указанных два варианта:

a) $\Pi^{\tau+\theta+1} = U_{oc}^{\tau+\theta+1} + D^{\tau+\theta+1}$

$$K_a = \chi \frac{A_1 + B_1}{B_1} \left(1 + \frac{1}{A_1 + B_1} \right)^{T-(\tau+\theta+1)} \Phi_{o\bar{o}}^0 + \frac{(1 + \beta)^T - (1 + \beta)^{T-\tau}}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right) +$$

$$+ (1 + \beta)^{T-(\tau+\theta+1)} \left(\left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^{\theta+1} \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right) - \frac{Z}{B_1(B_2 - B_1)} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right)$$

b) $\Pi^{\tau+\theta+1} = U_{oc}^{\tau+\theta+1} + U_{o\bar{o}}^{\tau+\theta+1}$

$$K_b = \chi \left(1 + \frac{1}{A_1 + B_1} \right)^{T-(\tau+\theta+1)} \left(\left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^{\theta+1} \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right) + \frac{B_2 - B_1 - (A_1 - A_2)}{B_2 - B_1} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right) +$$

$$+ \frac{(1 + \beta)^T - (1 + \beta)^{T-\tau}}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right).$$

Найдем разность между значениями критерия оптимизации:

$$K_b - K_a = \left(\chi \left(1 + \frac{1}{A_1 + B_1} \right)^{T-(\tau+\theta+1)} - (1 + \beta)^{T-(\tau+\theta+1)} \right) \left(\left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^\theta \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right) - \frac{Z}{B_1(B_2 - B_1)} \Phi_{o\bar{o}}^0 \right).$$

Если значение коэффициента адекватности больше единицы, то можно подобрать такую продолжительность режима выплаты дивиден-

дов, при которой разность $K_b - K_a$ будет положительной, т.е. прибыль следует направлять на увеличение стоимости предприятия. Итак, критерий оптимизации равен

$$K = \bar{K}(\xi) \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{oo}^0 \right) + \frac{(1 + \beta)^T}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{oo}^0 \right),$$

где вспомогательная функция равна

$$\begin{aligned} \bar{K}(\xi) = & -\frac{B_2 - B_1}{Z} \frac{(1 + \beta)^\xi}{\beta} + \chi \left(1 + \frac{1}{A_1 + B_1} \right)^\xi \left(\left(\frac{1 + (B_2 - B_1)/Z}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^{\theta+1} + \right. \\ & \left. + \frac{B_1(B_2 - B_1 - A_1 + A_2)(1 + (B_2 - B_1)/Z)^{\theta*}}{Z (1 + 1/(A_1 + B_1))^{\theta+1}} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Введенная только что функция $\bar{K}(\xi)$ может иметь не более одной стационарной точки, и, если она существует, то это точка максимума. В этом случае можно воспользоваться методом одношаговой разности, в результате чего получим, что оптимальная продолжительность режима инвестирования равняется $\xi^{opt,i} = \lceil \xi_2^* \rceil + 1$ (конечно же, это справедливо для дробного значения ξ_2^* , если же ξ_2^* является целым и равняется числу m , тогда значений оптимальной продолжительности режима, при котором вся прибыль направляется на увеличение стоимости предприятия, два m и $m+1$), где ξ_2^* является решение уравнения

$$\left(\frac{1 + \beta}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^{\xi_2^*} = \frac{C}{A_1 + B_1} \chi \quad (12)$$

где введена константа C

$$C = \frac{Z}{B_2 - B_1} \left(\frac{1 + (B_2 - B_1)/Z}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^{\theta+1} + \frac{B_1(B_2 - B_1 - A_1 + A_2)(1 + (B_2 - B_1)/Z)^{\theta*}}{B_2 - B_1 (1 + 1/(A_1 + B_1))^{\theta+1}} \quad (13)$$

Учитывая, что $\theta+1 \leq \xi \leq T$, получаем условия, при которых на интервале планирования хотя бы на одном шаге прибыль направляется на инвестиции и в основные и в оборотные фонды:

$$\frac{A_1 + B_1}{C} \left(\frac{1 + \beta}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^\theta < \chi \leq \frac{A_1 + B_1}{C} \left(\frac{1 + \beta}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^T \quad (14)$$

Отметим, что верхняя граница в условии (10) не меньше нижней границы в условии (14), возникает вопрос, какое оптимальное значение длительности режима инвестирования, если коэффициент адекватности попадает в область пересечения условий существования режимов (10) и (14)?. Ответ на этот вопрос можно получить, сравнив значения критерия оптимизации при $\xi = \theta$ (следует из (10)) и $\xi = \theta + 1$ (следует из (14)):

$$K(\xi = \theta + 1) - K(\xi = \theta) = \left(\chi \left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^\theta - (1 + \beta)^\theta \right) \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{oo}^0 \right) \leq 0,$$

причем равенство нулю достигается лишь при $\chi = \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\theta$.

Объединим полученный результат

$$\xi^{opt,i} = \begin{cases} 0, \text{ если } \chi \leq 1 \\ \lceil \xi_1^* \rceil + 1, \text{ если } 1 < \chi < \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\theta \text{ и } \xi_1^* \neq \lceil \xi_1^* \rceil \\ n \text{ и } n + 1, \text{ если } 1 < \chi < \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\theta \text{ и } \xi_1^* = \lceil \xi_1^* \rceil = n \\ \theta \text{ и } \theta + 1, \text{ если } \chi = \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\theta \\ \lceil \xi_2^* \rceil + 1, \text{ если } \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\theta < \chi \leq \frac{A_1 + B_1}{C} \left(\frac{1 + \beta}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^T \text{ и } \xi_2^* \neq \lceil \xi_2^* \rceil \\ m \text{ и } m + 1, \text{ если } \left(\frac{1 + \beta}{1 + (B_2 - B_1)/Z} \right)^\theta < \chi \leq \frac{A_1 + B_1}{C} \left(\frac{1 + \beta}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^T \text{ и } \xi_2^* = \lceil \xi_2^* \rceil = m \\ T, \text{ если } \chi > \frac{A_1 + B_1}{C} \left(\frac{1 + \beta}{1 + 1/(A_1 + B_1)} \right)^T \end{cases} \quad (15)$$

где ξ_1^* определяется формулой (9), ξ_2^* определяется формулой (12), константа C определяется в (13).

Для каждого значения оптимальной целочисленной продолжительности участка инвестирования (15) определим максимальное значение критерия (1):

– при $\xi^{opt,i} = 0$

$$K_{\max} = \chi(\Phi_{oc}^0 + \Phi_{ob}^0) + \frac{(1+\beta)^T - 1}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{ob}^0 \right) \quad (16)$$

– при $\xi^{opt,i} = [\xi_1^*] + 1$, где ξ_1^* определяется формулой (12), а также при

$$\xi^{opt,i} = \theta \text{ и } \chi = \left(\frac{1+\beta}{1+(B_2-B_1)/Z} \right)^\theta$$

$$K = \chi \left(1 + \frac{B_2 - B_1}{Z} \right)^{\xi^{opt,i}} \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{ob}^0 \right) + \chi \frac{B_2 - B_1 - (A_1 - A_2)}{B_2 - B_1} \Phi_{ob}^0 + \frac{(1+\beta)^T - (1+\beta)^{\xi^{opt,i}}}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{ob}^0 \right) \quad (17)$$

– при $\xi^{opt,i} = [\xi_2^*] + 1$, где ξ_2^* определяется формулой (12), функция $\bar{K}(\xi)$ определяется формулой (11), а также при $\xi^{opt,i} = \theta + 1$ и

$$\chi = \left(\frac{1+\beta}{1+(B_2-B_1)/Z} \right)^\theta$$

$$K = \bar{K}(\xi^{opt,i}) \left(\Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{B_2 - B_1} \Phi_{ob}^0 \right) + \frac{(1+\beta)^T}{\beta} \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{ob}^0 \right) \quad (18)$$

– при $\xi^{opt,i} = T$, константа C определяется в (13)

$$K = \chi C \left(1 + \frac{1}{A_1 + B_1} \right)^T \left(\frac{B_2 - B_1}{Z} \Phi_{oc}^0 + \frac{A_1 - A_2}{Z} \Phi_{ob}^0 \right) \quad (19)$$

Итак, в статье исследовалась возможность появления режимов распределения прибыли на интервале планирования. Было получено, что в общем случае ($\beta \neq \frac{1}{A_1 + B_1}$ и $\beta \neq \frac{B_2 - B_1}{Z}$) интервал планирования следует разделить на три части, на одной из них прибыль направляется на увеличение дефицитных основных средств, на второй – на согласованное изменение стоимости основных и оборотных фондов, а на третьей – на выплату дивидендов. При оптимальном распределении прибыли двухпродуктового предприятия последовательность указанных частей зависит от ставки по депозитам β , а также параметров задачи A_1 , A_2 , B_1 и B_2 .

Кроме того, исследовалась оптимальная продолжительность участка на интервале планирования, на котором прибыль направляется только на инвестиции. Было получено ее значение (15) в зависимости от оценки параметров предприятия, начальных значений стоимости производственных фондов, депозитной ставки, продолжительности интервала планирования, а также коэффициента, который характеризует рыночную оценку стоимости предприятия. Было доказано, что в рассматриваемом случае на шаге $\tau + \theta + 1$, (где τ – продолжительность режима выплаты дивидендов) прибыль необходимо направлять на инвестиции. Для каждого значения оптимальной продолжительности участка инвестирования получено наибольшее значение критерия, которые выражаются формулами (16)-(19).

Список использованных источников

1. Иванов Ю.Н., Сотникова Р.А. Теоретическая экономика: Теория оптимального предприятия. М.: ЛЕНАНД, 2013. 224 с.
2. Пачина Е.С. Инвестиционная и дивидендная политика двухпродуктового предприятия // Дискуссия. 2014. № 5 (46). С. 54-60.
3. Пачина Е.С. Инвестиционная и дивидендная политика двухпродуктового предприятия // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: сб. науч. тр. по матер. V Междунар. науч.-практ. конф. (30 ноября 2014 г.): в 6 ч. / под общ. ред. М.Г. Петровой. Белгород, 2014. Ч. III. С. 114-118.
4. Пачина Е.С. Оптимальная инвестиционная политика двухпродуктового предприятия // Управление экономическими системами. 2015. № 5 (77). [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.uecs.ru/teoriya-upravleniya/item/3494-2015-05-08-13-24-54>