

УДК 69.034.4;626.4;51-75

**РАСЧЕТ ПРОДОЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИЛЫ,  
ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА СУДНО В НИЖНЕМ ПОДХОДНОМ КАНАЛЕ  
ПРИ ОПОРОЖНЕНИИ КАМЕРЫ ШЛЮЗА**

**Бойков Иван Михайлович**

аспирант

Государственный университет морского и речного флота  
им. адмирала С.О. Макарова, Санкт-Петербург

*author@apriori-journal.ru*

**Аннотация.** Выполнено аналитическое и численное исследование решения задачи о расчете продольной гидродинамической силы, действующей на судно в нижнем подходном канале судоходного шлюза. Получена универсальная оценка сверху для силы, действующей на судно в подходном канале. Оценка справедлива для любой точки подходного канала в любой момент времени. В нескольких точках подходного канала зависимость продольной силы от времени рассчитана численно для параметров математической модели, отвечающих конкретному шлюзу, подходному каналу и расчетному судну. Показано, что для расчетных точек в подходном канале, близких к нижней голове шлюза, максимальная сила, действующая на судно, превышает (по абсолютной величине) допускаемую продольную силу. Для более удаленных точек превышения допускаемой предельной силы не наблюдается.

**Ключевые слова:** нижний бьеф; шлюз; подходной канал; магистральный канал; продольная гидродинамическая сила.

# CALCULATION OF LONGITUDINAL HYDRODYNAMIC FORCE ACTING ON VESSEL IN LOWER APPROACH CHANNEL DURING THE EMPTYING OF THE LOCK CHAMBER

**Boikov Ivan Mikhailovich**

post-graduate student  
Admiral Makarov state university of maritime and inland shipping  
Saint-Petersburg

**Abstract.** The solution of the problem on calculation of longitudinal hydrodynamic force acting on a vessel in lower approach channel of the lock is investigated analytically and numerically. A universal upper bound of the force acting on the vessel in the approach channel is obtained. The upper bound is valid for any point of the approach channel at any point in time. The time dependence of longitudinal force is computed for several points of the approach channel and for values of model parameters corresponding to concrete lock, approach channel and vessel. It is shown that for points in the approach channel close to the lock the permissible longitudinal force acting on the vessel is exceeded in magnitude. For more distant points the permissible longitudinal force is not exceeded.

**Key words:** bottom bief; lock; approach channel; main channel; longitudinal hydrodynamic force.

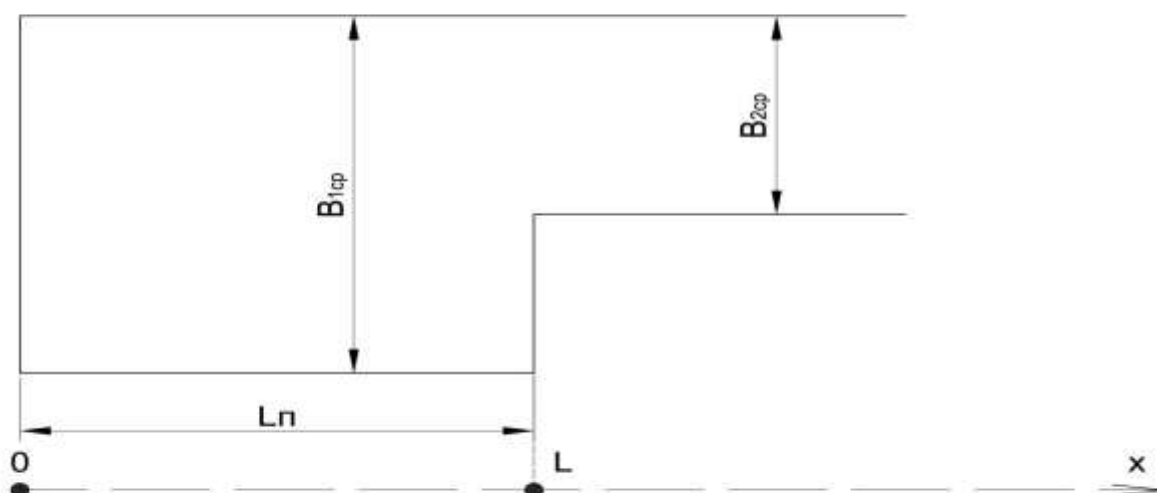
## **1. Введение**

Разработка методики расчета гидродинамической силы, действующей на судно в подходном канале при опорожнении камеры судоходного шлюза, является задачей, важной с теоретической и практической точек зрения, поскольку ее успешное решение вносит вклад в обеспечение безопасных режимов судоходства.

В работе [1] приведена математическая модель волновых явлений в нижнем подходном канале, основанная на решении одномерного волнового уравнения [2] и позволяющая рассчитать продольную гидродинамическую силу, действующую на судно, ожидающее шлюзования у причальной стенки. В [1] решение задачи было получено для общего случая в аналитической форме. Цель настоящей работы – продолжить аналитическое исследование разработанной ранее математической модели, а также довести решение «до чисел», т.е. выполнить численные расчеты согласно предложенной аналитической схеме для конкретного шлюза и подходного канала и определить места опасной и безопасной швартовки судна у причальной стенки в нижнем подходном канале судоходного шлюза.

## **2. Методика расчета гидродинамической силы, действующей на судно**

Кратко суммируем результаты, полученные в работе [1]. Геометрия идеализированной системы, состоящей из подходного и магистрального каналов, для которой в [1] была предложена математическая модель, основанная на решении одномерного волнового уравнения, изображена на рис. 1.



**Рис. 1. Схематическое изображение подходного и магистрального каналов судоходного шлюза (в плане)**

На основании методики расчета продольной гидродинамической силы, предложенной в [3], была выведена формула:

$$P(x,t) = A \frac{\partial u_1}{\partial t}(x,t) + \alpha B u_1^2(x,t), \quad (1)$$

где  $P(x,t)$  – продольная гидродинамическая сила, зависящая от координаты судна в подходном канале  $x$  (отсчитываемой от нижней головы шлюза) и времени  $t$  (отсчитываемого с момента начала опорожнения камеры шлюза);  $\alpha$  – коэффициент кинетической энергии потока. Входящие в (1) параметры  $A$  и  $B$  задаются формулами

$$A = \frac{\omega_1}{\omega_1 - \otimes} \frac{W}{g}, \quad (2)$$

$$B = \kappa \left( \frac{n}{n-1} \right)^2 \otimes. \quad (3)$$

где

$\omega_1 = B_{1cp} h_{cp}$  – площадь живого сечения подходного канала ( $B_{1cp}$  – средняя ширина подходного канала;

$h_{cp}$  – средняя глубина подходного канала);

$W$  – весовое водоизмещение расчетного судна;

$\otimes$  – площадь погруженной части поперечного сечения судна по миделю;

$g$  – ускорение свободного падения;

$\kappa$  – эмпирический коэффициент, зависящий от рода поверхности судна;

$n = \frac{\omega_1}{\otimes}$  – коэффициент стеснения судном живого сечения подходного канала (необходим для расчета  $B$ ).

В работе [3] путем применения метода отражений для решения одномерного волнового уравнения показано, что для величин  $u_1(x, t)$  и  $\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t)$ , входящих в формулу (1) и имеющих смысл средней по живому сечению канала горизонтальной скорости воды и ее частной производной по времени, справедливы аналитические решения

$$u_1(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} R^n u_0 \left( t - 2n\tau - \frac{x}{c} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} R^n u_0 \left( t - 2n\tau + \frac{x}{c} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} R^n u_0' \left( t - 2n\tau - \frac{x}{c} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} R^n u_0' \left( t - 2n\tau + \frac{x}{c} \right), \quad (5)$$

где

$c = \sqrt{gh_{cp}}$  – скорость длинных волн в приближении мелкой воды [2];

$\tau = \frac{L}{c}$  – время распространения возмущения от начала координат до точки сопряжения подходного и магистрального каналов;

$R = \frac{1-b}{1+b}$  – абсолютная величина коэффициента отражения возмущения от точки сопряжения (в последнем соотношении);

$b = \frac{B_{2cp}}{B_{1cp}}$  – отношение средней ширины магистрального канала к средней ширине подходного канала).

В свою очередь, для входящего в (4)-(5) граничного условия для горизонтальной скорости воды в начале координат  $u_0(t)$  (т.е. для средней по сечению скорости воды в подходном канале в непосредственной близости от начала координат) получено модельное решение

$$u_0(t) = \begin{cases} v_b \frac{\omega_s \mu_0}{\omega_1 T_1} t \left( 1 - \frac{\mu_0}{2T_1 T^*} t^2 \right), & 0 < t < T_1, \\ v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \mu_0 \left( 1 - \frac{\mu_0}{T^*} \left\{ t - \frac{T_1}{2} \right\} \right), & T_1 < t < T_2, \end{cases} \quad (6)$$

где

$v_b = \sqrt{2gH_0}$  – скорость истечения в начальный момент времени, которая имела бы место в гипотетическом случае, когда затвор открывается мгновенно (здесь  $H_0$  – начальный проектный напор);

$\omega_s$  – расчетное сечение водопроводной галереи;

$\mu_0$  – максимальное значение коэффициента расхода;

$T_1$  – время достижения максимального значения коэффициента расхода (время открытия затвора);

$T^* = \frac{v_b}{g} \frac{\Omega}{\omega_s}$  – время опорожнения камеры, которая наблюдалась бы, если бы затвор открывался мгновенно и коэффициент расхода имел бы постоянное значение, равное единице (иными словами, это минимально возможное время опорожнения камеры;  $\Omega$  – площадь камеры шлюза);

$T_2 = \frac{T^*}{\mu_0} + \frac{T_1}{2}$  – время полного опорожнения камеры.

В (5) также фигурирует производная по времени от граничного условия волновой задачи, которую легко найти непосредственным дифференцированием соотношения (6):

$$u'_0(t) = \begin{cases} v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \frac{\mu_0}{T_1} \left( 1 - \frac{3\mu_0}{2T_1 T^*} t^2 \right), & 0 < t < T_1, \\ -v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \frac{\mu_0^2}{T^*}, & T_1 < t < T_2. \end{cases} \quad (7)$$

Наконец, рассчитанную по формуле (1) продольную гидродинамическую силу необходимо сравнить с допускаемой продольной силой, определяемой согласно СНиП 2.06.07-87 [5].

### 3. Аналитическое исследование решений модели

#### 3.1. Максимальное значение скорости течения

##### в начале координат

Рассмотрим скорость течения в начале координат  $u_0(t)$ , заданную соотношением (6), – далее в данном подразделе «скорость», – и найдем ее максимальное значение. Как несложно усмотреть из (6), в интервале  $0 < t < T_1$  зависимость скорости от времени задана полиномом третьей степени, в то время как при  $T_1 < t < T_2$  имеем нисходящую линейную зависимость. Поэтому максимум  $u_0(t)$  будет достигаться при  $0 < t \leq T_1$ . Производная по времени от (6) уже вычислена выше (см. (7)). Из (7) немедленно вытекает, что максимум полинома третьей степени в первой строке в (6) достигается в момент времени:

$$t_{\max} = \sqrt{\frac{2T_1 T^*}{3\mu_0}}. \quad (8)$$

Таким образом, возможны два случая:  $t_{\max} < T_1$  или  $t_{\max} \geq T_1$ . В первом случае максимум скорости достигается при  $t = t_{\max}$ , во втором – при  $t = T_1$ .

Тогда, окончательный результат примет вид:

$$- \text{ при } t_{\max} < T_1 \Leftrightarrow \mu_0 \frac{T_1}{T^*} > \frac{2}{3}$$

$$u_{0\max} = u(t_{\max}) = \sqrt{\frac{8}{27}} v_b \frac{\omega_s}{\omega_1} \sqrt{\mu_0 \frac{T^*}{T_1}}; \quad (9)$$

$$- \text{ при } t_{\max} \geq T_1 \Leftrightarrow \mu_0 \frac{T_1}{T^*} \leq \frac{2}{3}$$

$$u_{0\max} = u(T_1) = \frac{\omega_s}{\omega_1} \mu_0 \left( 1 - \frac{\mu_0 T_1}{2T^*} \right). \quad (10)$$

### **3.2. Максимальное абсолютное значение производной от скорости течения в начале координат**

Для дальнейшего (см. ниже раздел 3.3) нам также потребуется максимальное абсолютное значение производной  $u'_0(t)$  от скорости течения в начале координат – далее в данном подразделе «производная».

Прежде чем рассматривать данный вопрос, предварительно установим неравенство, связывающее время открытия затвора  $T_1$  и минимальное время опорожнения камеры шлюза. По смыслу первой строки решения (6), должно быть  $u_0(T_1) \geq 0$ , откуда немедленно находим

$$\mu_0 \frac{T_1}{T^*} \leq 2, \quad (11)$$

или, временно вводя обозначение

$$\lambda = \mu_0 \frac{T_1}{T^*}, \quad (12)$$

получаем

$$0 < \lambda \leq 2. \quad (13)$$

С учетом (13), найдем максимальное значение производной. Из (7) вытекает, что:



$$|u'_0|_{\max} = \max(|u'_0(0)|, |u'_0(T_1)|, |u'_0(T_2)|) = v_b \frac{\omega_s \mu_0}{\omega_1 T_1} \cdot \max\left(1, \left|1 - \frac{3}{2}\lambda\right|, |\lambda|\right), \quad (14)$$

где использовано обозначение (12). С учетом неравенства (13), модуль в правой части (14) раскрывается следующим образом:

$$\max\left(1, \left|1 - \frac{3}{2}\lambda\right|, |\lambda|\right) = \begin{cases} 1, & 0 < \lambda < 1, \\ \lambda, & 1 \leq \lambda \leq 2. \end{cases} \quad (15)$$

Окончательно, вновь используя (12), получаем:

$$|u'_0|_{\max} = \begin{cases} v_b \frac{\omega_s \mu_0}{\omega_1 T_1}, & \mu_0 \frac{T_1}{T^*} < 1, \\ v_b \frac{\omega_s \mu_0^2}{\omega_1 T^*}, & 1 \leq \mu_0 \frac{T_1}{T^*} \leq 2. \end{cases} \quad (16)$$

### **3.3. Определение максимального значения силы, действующей на судно в подходном канале**

Для величин  $\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t)$  и  $u_1(x, t)$ , входящих в формулу (1), справедливы аналитические решения (4)-(5), в которые для численных расчетов, необходимо подставить формулы (6) и (7). Однако, даже не суммируя рядов (4)-(5), из их общей структуры несложно получить универсальные (т.е. справедливые для любой точки подходного канала в любой момент времени) максимальные значения для абсолютных величин  $u_1(x, t)$  и  $\frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t)$ .

Поэтому, из (4) вытекает следующее:

$$|u_1(x, t)| \leq (1 + R + R^2 + \dots) \cdot \max|u_0(t)| = \frac{\max|u_0(t)|}{1 - R} \quad (17)$$

(при последнем переходе в (17) выполнено суммирование бесконечно убывающей геометрической прогрессии), а из (5) аналогичным образом получается:

$$\left| \frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t) \right| \leq (1 + R + R^2 + \dots) \cdot \max |u'_0(t)| = \frac{\max |u'_0(t)|}{1 - R}. \quad (18)$$

В правые части уравнений (17) и (18) при численных расчетах нужно подставить полученные выше результаты (9)-(10) и (16) соответственно. Окончательно из формулы (1) получаем:

$$|P(x, t)| \leq \frac{1}{1 - R} (A u_{0\max} + \alpha B |u'_{0\max}|). \quad (19)$$

#### 4. Численные расчеты

Для конкретных численных расчетов были выбраны следующие значения параметров математической модели:

- для шлюза и подходного канала (принят шлюз № 2; ВДСК им. В.И. Ленина.):  $h_{cp} = 3,7$  м;  $B_{1cp} = 120,0$  м;  $B_{2cp} = 60,0$  м;  $L = 400,0$  м;  $\omega_S = 31,9$  м<sup>2</sup>;  $H_0 = 9,0$  м;  $\Omega = 2700$  м<sup>2</sup>;  $\mu_0 = 1,0$ ;  $T_1 = 200,0$  с (= 3 мин 20 с).
- для расчетного судна (принято судно типа «Волго-Дон»):  $W = 66000$  кН;  $\otimes = 58,45$  м<sup>2</sup>;  $k = 200$  кг/м<sup>3</sup> (около 20 кгс·с<sup>2</sup>/м<sup>4</sup>);  $\alpha = 2,0$  (отметим, что значения последних двух параметров отвечают верхним границам диапазонов значений параметров, рекомендованных в [5]).
- универсальная физическая постоянная:  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

Подставляя данные значения параметров модели в вышеприведенные формулы, находим следующие значения параметров решения:  $c = 6,0$  м/с;  $b = 0,5$ ;  $\tau = 67$  с (= 1 мин 07 с);  $R = 0,33$ ;  $\omega_1 = 444$  м<sup>2</sup>;  $v_b = 13,3$  м/с;  $T^* = 115$  с (= 1 мин 55 с);  $T_2 = 215$  с (= 3 мин 35 с);  $A = 7,8 \cdot 10^6$  кг;  $n = 7,5$ ;  $B = 1,56 \cdot 10^4$  кг/м.

Допускаемая продольная сила, рассчитанная согласно [5], равна  $P_\delta = 57$  кН.

Скорость течения в начале координат, согласно (6), задается соотношением:

$$u_0(t) = \begin{cases} 4.82 \cdot 10^{-3} t (1 - 2.17 \cdot 10^{-5} t^2), & 0 < t < 200 \text{ с}, \\ 1.8(1 - 4.65 \cdot 10^{-3} t), & 200 \text{ с} < t < 215 \text{ с}, \end{cases} \quad (20)$$

где скорость измеряется в м/с, а время – в с.

Оценим максимальную скорость течения в начале координат. Согласно (8),  $t_{\max} = 124 \text{ с}$  (=2 мин 4 с). Поэтому  $t_{\max} < T_1$ , и справедлива формула (9), согласно которой  $u_{0\max} = u(t_{\max}) = 0,40 \text{ м/с}$ .

Производная от скорости течения в начале координат, согласно (7), задается соотношением:

$$u'_0(t) = \begin{cases} 4.82 \cdot 10^{-3} (1 - 6.52 \cdot 10^{-5} t^2), & 0 < t < 200 \text{ с}, \\ -8.4 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2, & 200 \text{ с} < t < 215 \text{ с}, \end{cases} \quad (21)$$

где  $u'_0(t)$  измеряется в м/с<sup>2</sup>, а время – в с.

Для оценки максимального абсолютного значения производной  $u'_0(t)$  от скорости течения в начале координат находим параметр  $\lambda$  согласно формуле (12):  $\lambda = 1,74$ , поэтому реализуется вторая строка в формуле (16), согласно которой  $|u'_0|_{\max} = 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$ .

С учетом полученных результатов, выражение для определения максимального значения силы (19) принимает вид  $|P(x,t)| \leq 89 \text{ кН}$ . Как видим, полученное значение превышает допускаемую продольную силу, равную, как показано выше, 57 кН. Однако, в действительности, данное определение значения является достаточно грубым, и реальная сила, рассчитанная по формуле (1), никогда его не достигает. Поэтому фактическое максимальное значение продольной гидродинамической силы может быть, вообще говоря, как меньше, так и больше допускаемой продольной силы – для выяснения данного вопроса необходимы точные численные расчеты по формулам, приведенным в разделе 2, с суммированием соответствующих рядов. Приведенные ниже графики, полу-

ченные на основании точных численных расчетов, свидетельствуют о том, что на некотором участке подходного канала максимальное значение реальной гидродинамической силы превысит допускаемую продольную силу, а на оставшемся участке нет (см. ниже).

Численные расчеты продольной гидродинамической силы были выполнены посредством суммирования рядов (4)-(5) при помощи специально составленной компьютерной программы. При этом, как отмечалось в [1], в силу финитности функций  $u_0(t)$  и  $u'_0(t)$  (т.е. отличия их от нуля лишь на конечном промежутке времени), реально для каждой точки подходного канала и для каждого момента времени в указанных рядах отличны от нуля лишь несколько первых слагаемых, и, следовательно, они фактически являются конечными суммами (число слагаемых в которых, однако, зависит как от точки подходного канала, так и от рассматриваемого момента времени).

Покажем, например, как рассчитать продольную гидродинамическую силу в начале координат в начальный момент времени (она же будет равна силе в любой точке подходного канала в момент первого прохода через нее фронта возмущения). Очевидно, в рядах (4)-(5) при этом остается лишь по одному слагаемому, соответствующему  $n = 0$ , т.е.

$$u_1(0,0) = u_0(0), \quad \frac{\partial u_1}{\partial t}(0,0) = u'_0(0).$$

Используя формулы (20)-(21) при  $t = 0$  и подставляя результаты в (1), находим  $P(0,0) = 37$  кН. Таким образом, в начальный момент времени сила в начале координат не превышает допускаемой продольной силы. Однако, как показывает компьютерный расчет, превышение допускаемой продольной силы будет иметь место в начале координат в более поздний момент времени.

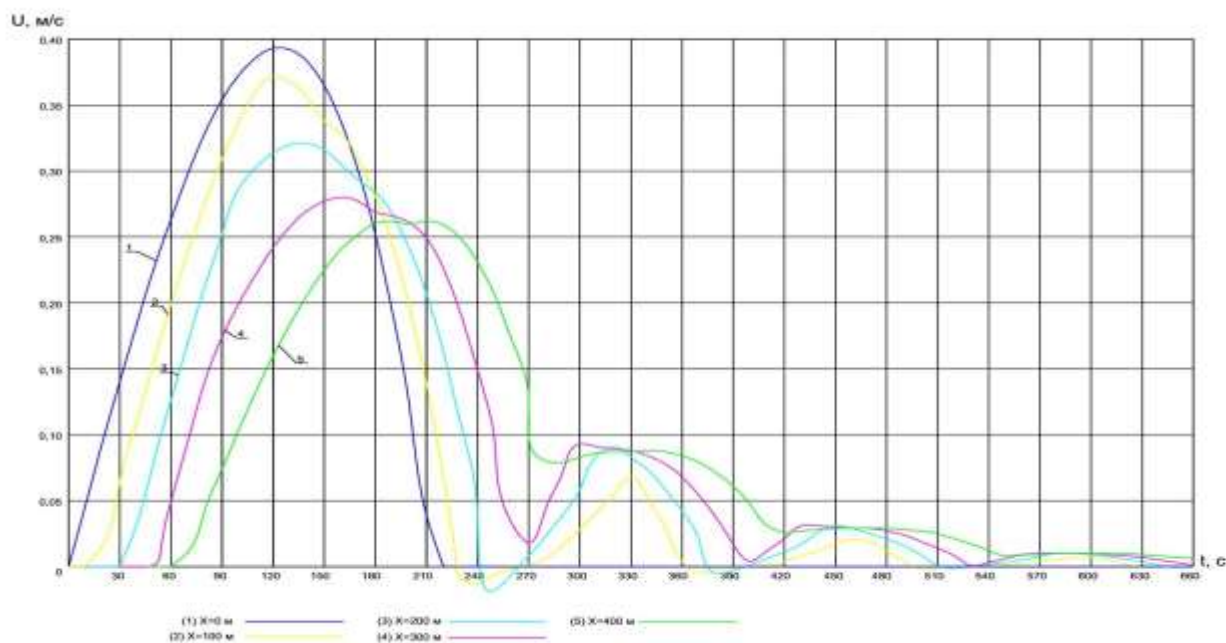
Численные расчеты зависимости от времени ряда переменных задачи (скорости течения, ее производной по времени, расхода и продольной гидродинамической силы) приведены ниже на графиках (рис. 2-5). Для каждой переменной дан сводный график с пятью кривыми для

пяти различных точек подходного канала ( $x = 0, 100, 200, 300$  и  $400$  м). Выводы относительно превышения (непревышения) допускаемой продольной силы, действующей на судно, приведены в Таблице 1.

**Таблица 1**

**Максимальная (по абсолютной величине) гидродинамическая сила, действующая на судно (допускаемая продольная сила = 57 кН)**

№ п/п	Удаление от нижней головы шлюза	Максимальная сила	Время достижения максимальной силы	Превышена / не превышена допускаемая продольная сила	Примечание
1	$x = 0$ м	-64,5 кН	209 с	превышена	Нижняя голова шлюза
2	$x = 100$ м	-59,8 кН	216 с	превышена	
3	$x = 200$ м	-57,6 кН	233 с	превышена	
4	$x = 300$ м	-49,2 кН	249 с	не превышена	
5	$x = 400$ м	-38,2 кН	280 с	не превышена	«Точка сопряжения» (переход подходного канала в магистральный)



**Рис. 2. График скорости  $u_1$  (м/с) в зависимости от времени, прошедшего с начала опорожнения камеры шлюза (с), для пяти точек в подходном канале ( $x = 0, 100, 200, 300, 400$  м)**

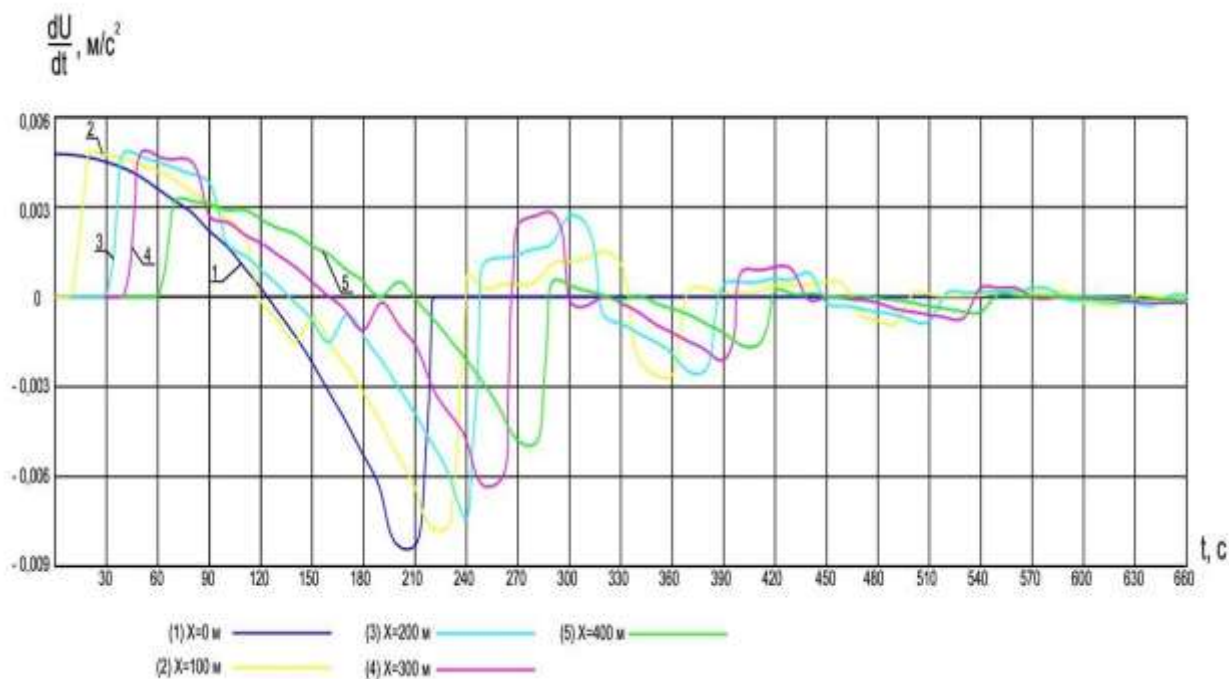


Рис. 3. График производной от скорости  $\frac{\partial u_1}{\partial t}$  ( $\text{м/с}^2$ ) в зависимости от времени, прошедшего с начала опорожнения камеры шлюза (с), для пяти точек в подходном канале

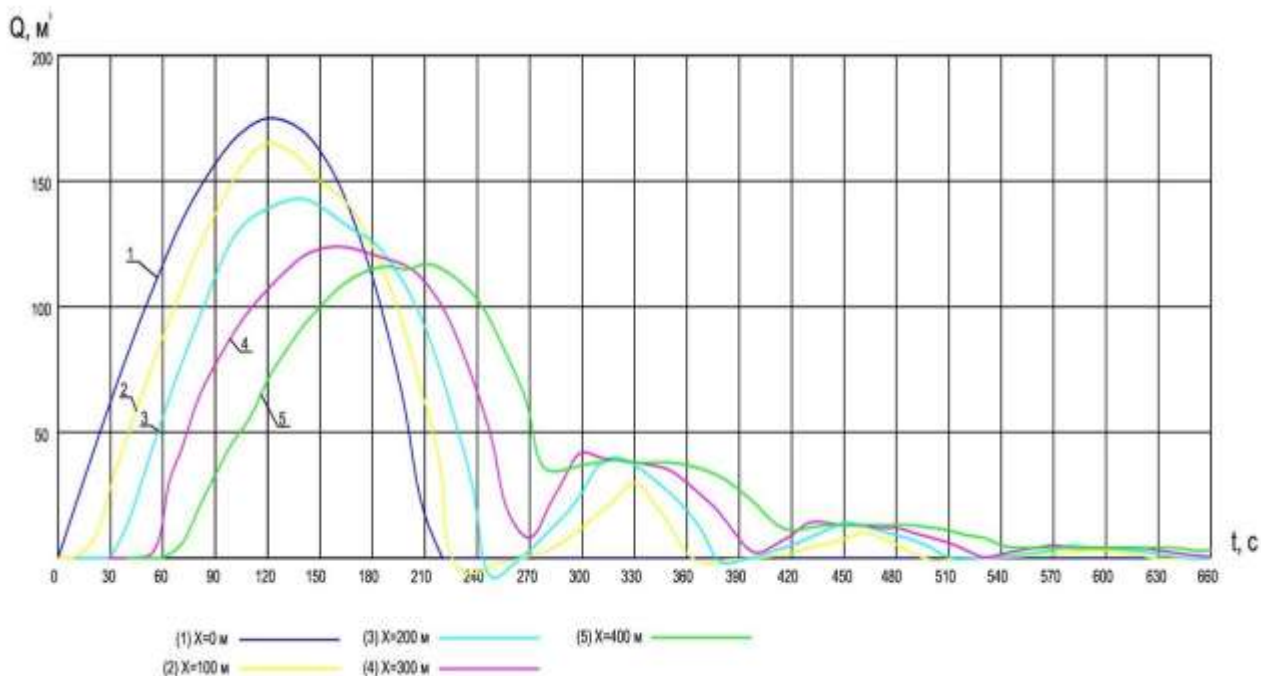
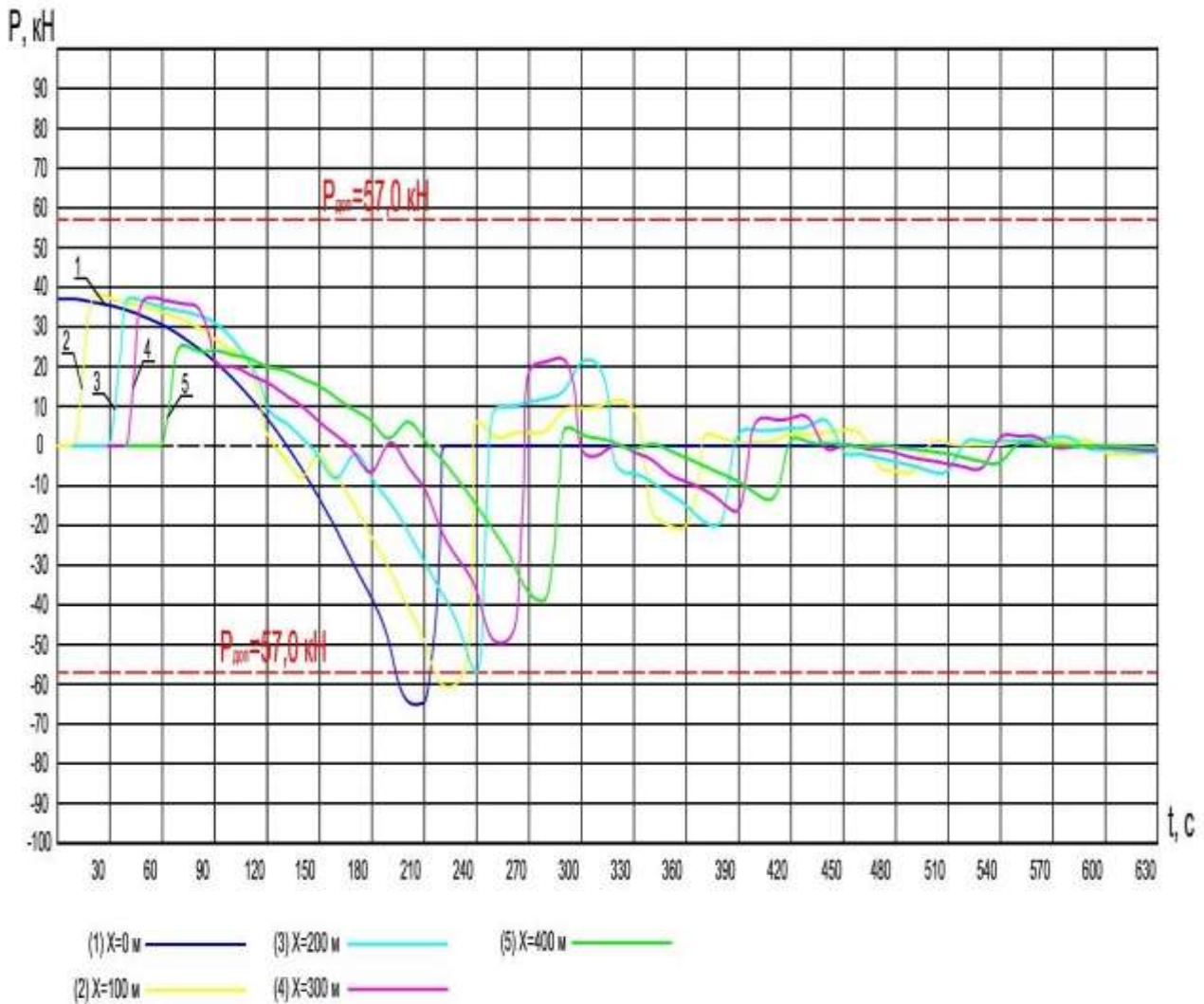


Рис. 4. График расхода  $Q = \omega_1 u_1$  ( $\text{м}^3/\text{с}$ ) в зависимости от времени, прошедшего с начала опорожнения камеры шлюза (с), для пяти точек в подходном канале ( $x = 0, 100, 200, 300, 400$  м). Отличается от графика для  $u_1$  (рис. 2) лишь постоянным множителем  $\omega_1$



**Рис. 5. График силы  $P(x, t) = A \frac{\partial u_1}{\partial t}(x, t) + \alpha B u_1^2(x, t)$  (формула (1)) в зависимости от времени, прошедшего с начала опорожнения камеры шлюза (с), для пяти точек в подходном канале ( $x = 0, 100, 200, 300, 400$  м). Горизонтальная линия соответствует (отрицательной) допускаемой предельной силе для данного расчетного судна, равной -57 кН**

## Заключение

Результаты численных расчетов, выполненных в настоящей работе для конкретного шлюза, подходного канала и расчетного судна, свидетельствуют о том, что для расчетных точек в подходном канале, близких к нижней голове шлюза, максимальная продольная гидродинамическая сила, действующая на судно при опорожнении камеры шлюза, превышает (по абсолютной величине) допускаемую продольную силу. Вместе с тем, для более удаленных от нижней головы точек превышения допускаемой предельной силы не наблюдается.

Полученное в работе максимальное значение для силы, действующей на судно, в силу своей простоты может быть полезно для прикидочных расчетов. Интересно отметить, что численное значение, найденное в работе для конкретной системы «шлюз–подходный канал–расчетное судно», хотя и превышает максимальную силу, численно рассчитанную по более строгим формулам, но, тем не менее, является разумным приближением к найденным численным решениям модели.

Представляется, что предложенная в настоящей работе методика расчета продольной гидродинамической силы, действующей на судно, может быть с успехом применена в практических расчетах.



## Список использованных источников

1. Бойков И.М. Исследования волновых процессов в нижнем подходном канале судоходного шлюза и их влияние на условия стоянки судна, ожидающего шлюзования у причальной стенки // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. 2014. Вып. 3 (25). С. 136-145.
2. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн). М.: Наука, 1982. 336 с.
3. Семанов Н.А., Варламов Н.Н., Баланин В.В. Судоходные каналы, шлюзы и судоподъемники. М.: Транспорт, 1970. 352 с.
4. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1950. 424 с.
5. СНиП 2.06.07-87 «Подпорные стены, судоходные шлюзы, рыбопропускные и рыбозащитные сооружения». М.: Госстройком СССР, 1987. 34 с.
6. Гапеев А.М., Кононов В.В. Системы питания судоходных шлюзов водой. ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова, 2013. 268 с.