

УДК 53.01

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОЙ
СОСТАВЛЯЮЩЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ
ПОВЕРХНОСТЕЙ***

Кравчук Александр Степанович

д-р физ.-мат. наук

Белорусский государственный университет, Минск (Беларусь)

Чижик Сергей Антонович

д-р тех. наук

Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси
Минск (Беларусь)

Кузнецова Татьяна Анатольевна

канд. тех. наук

Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси
Минск (Беларусь)

author@apriori-journal.ru

Аннотация. До настоящего времени не выработано единого мнения – в рамках каких теоретических моделей можно оценить и разделить экспериментально при измерениях значения двух аддитивных частей адгезионной (молекулярной) и деформационной (механической) составляющей коэффициента трения.

Впервые, для шероховатости, моделируемой призматическими стержнями с одномерной плотностью вероятности, дается описание деформационной (механической) составляющей трения через изгиб призматических стержней моделирующих шероховатости при взаимодействии друг с другом.

Также впервые получена формула, связывающая деформационный коэффициент трения с глубиной взаимного проникновения выступов шероховатости двух плоских взаимодействующих поверхностей.

Ключевые слова: коэффициент трения; деформационная составляющая коэффициента трения; теория Демкина-Крагеского; кривая опорной поверхности; чистый изгиб балки.

* Исследования выполнены в соответствии с проектом Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований № Ф13К-066 от 16.04.2013.

THEORETICAL DEFINITION OF THE DEFORMATION COMPONENT OF FRICTION COEFFICIENT FOR INTERACTION OF NANOSTRUCTURED SURFACE

Kravchuk Alexander Stepanovich

doctor of physical and mathematical sciences
Belarusian State University, Minsk (Belarus)

Chizhik Sergey Antonovich

doctor of engineering sciences
A.V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute, Minsk (Belarus)

Kuznetsova Tatyana Anatolievna

candidate of engineering sciences
A.V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute, Minsk (Belarus)

Abstract. Up to now there is no consensus – within which theoretical models can be evaluated and divide experimentally values of the two additive parts of the coefficient of friction – adhesive (molecular) and deformation (mechanical) components.

For the first time, for roughness simulated by prismatic rods with one-dimensional probability density the deformation (mechanical) component of friction was described through bending of prismatic bars of roughness which simulating the interaction with each other.

Also for the first time, a formula that relates the deformation coefficient of friction with the depth of mutual penetration of two plane roughness of the interacting surfaces.

Key words: the coefficient of friction; deformation component of the coefficient of friction; the Demkin-Krageski theory; curve of bearing surface; pure bending beams.

Введение. Несмотря на то, что идея представить коэффициент трения в виде двух аддитивных частей адгезионной (молекулярной) и деформационной (механической) появилась впервые в середине прошлого столетия, до настоящего времени не было выработано единого мнения о том, в рамках каких теоретических моделей можно оценить и разделить экспериментально при измерениях значения этих составляющих.

Фактически, до недавнего времени не существовало рекомендаций по экспериментальному определению адгезионной составляющей трения при нано-измерениях плотности заряда поверхностей образцов. Первой из работ, посвященных разработке методологии экспериментального измерения плотности электрического заряда поверхностей твердых тел, была работа авторов [1].

В области моделирования деформационной составляющей сложилась такая же ситуация – в принципе, теоретических публикаций, в том числе современных, много [2; 3], но решаемые в них теоретические задачи не соответствуют определению деформационной составляющей. Напомним, что деформационную составляющую определяет сила, необходимая для устранения (в силу его деформации) препятствия на пути движения выступа с противоположной взаимодействующей шероховатой поверхности. Поэтому не понятно, каким образом деформационная составляющая может быть определена из решения контактной задачи для одного гладкого тела и второго тела с периодическим профилем вместо шероховатости [2; 3]. Очевидно, что для определения деформационной составляющей следовало рассмотреть взаимное горизонтальное смещение хотя бы двух взаимодействующих периодических профилей.

Дискретность контакта поверхностей трения оправдывает применение стержневой модели. И, несмотря на то, что стержневая модель нашла достаточно широкое распространение в работах, посвященных теоретической оценке эффектов, протекающих во фрикционном контакте, до сих пор не было построено модели механического взаимодействия выступов шероховатости при сдвиге шероховатых поверхностей друг относительно друга.

Таким образом, данная работа представляет из себя пионерское исследование, т.к. впервые для шероховатости, моделируемой призматическими стержнями с одномерной плотностью вероятности, дается

описание деформационной (механической) составляющей трения через изгиб призматических стержней, моделирующих шероховатости при взаимодействии друг с другом. Кроме того, в работе впервые получена формула, связывающая деформационный коэффициент трения с глубиной взаимного проникновения выступов шероховатости двух плоских взаимодействующих поверхностей.

Основные допущения и понятия, применяемые при моделировании шероховатости призматическими стержнями. В работах [4] показано, что моделируя реальную поверхность элементами, имеющими правильную геометрическую форму, можно перейти к расчету фактической области контакта и сближения твердых тел. Сферический сегмент – это одна из возможных моделей реальных неровностей, которая по целому ряду соображений лучше всего описывает механику контактного взаимодействия. Однако для определения контакта двух шероховатых поверхностей использование сферической формы неровностей сопряжено с некоторыми трудностями.

Это обстоятельство и привело к мысли моделировать шероховатый слой поверхности с помощью стержней постоянного сечения (Рисунок 1) [4]. Модель и реальное тело считаются подобными, если распределение материала у них по высоте одинаковое, т.е. совпадают опорные кривые (Рисунок 1). Модель набирается из стержней различной длины, распределение которых задается с помощью функции $\eta(\varepsilon)$. Если на расстоянии ε от базы модели, в качестве которой выбирают наибольший по длине стержень, провести линию параллельную средней линии распределения материала, то она пересечет n стержней. Отношение числа стержней к общему числу N стержней модели и есть $\eta(\varepsilon)$ (функция распределения случайной величины):

$$\eta(\varepsilon) = \frac{n}{N} = b \varepsilon^\chi, \quad (1)$$

где вещественные коэффициенты b , χ определяются экспериментально по реальной кривой опорной поверхности (Рисунок 1, б).

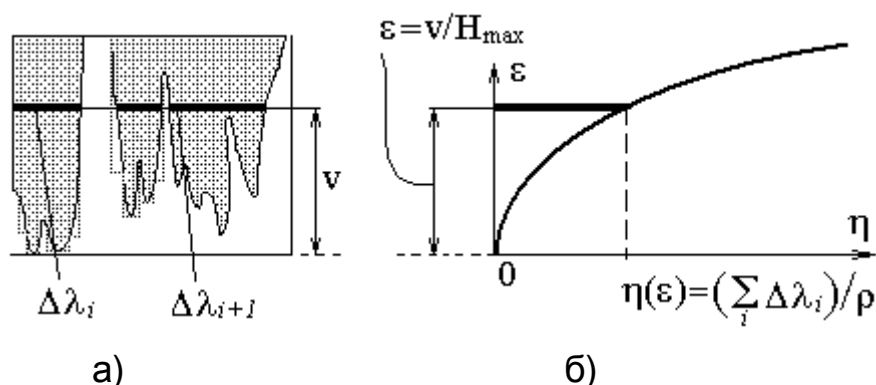


Рис. 1. Моделирование деформации шероховатости:
а) замена шероховатости призматическими стержнями;
б) формирование кривой опорной поверхности
(функция распределения), где ρ – базовая длина измерения
характеристик шероховатости

Очевидно, если рассечь модель двумя плоскостями на уровнях ε_1 и ε_2 ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$), то $\eta_k(\varepsilon_2) - \eta_k(\varepsilon_1)$ (1) равно числу стержней, расположенных между уровнями ε_1 и ε_2 .

В дальнейшем, для получения легко обозримого результата будем считать, что поперечный размер стержней стремиться к нулю, а число их при этом неограниченно возрастает так, чтобы выполнялось условие:

$$\Delta A_r \cdot M = A_a = const, \quad (2)$$

где ΔA_r – фактическая площадь контакта единичного выступа, A_a – номинальная площадь контакта.

При использовании достаточно большого M ($M < N$) (2) полученную функцию $\eta(\varepsilon)$ можно принять непрерывно-дифференцируемой, а число стержней, заключенных в слое $d\varepsilon$, выразить как:

$$dn = N \cdot \eta'(\varepsilon) d\varepsilon \quad (3)$$

где $\eta'(\varepsilon) = \frac{d\eta(\varepsilon)}{d\varepsilon}$.

Расчет относительной области контакта двух плоских тел с упругой шероховатостью при заданном давлении. Будем считать, что микрорельеф двух взаимодействующих плоских тел моделируется стержнями. Будем считать, что стержни одной модели ни как не связаны друг с другом, т.е. не взаимодействуют между собой боковыми сторонами. Поперечные размеры этих стержней одинаковы. Каждая шероховатость описывается своей функцией распределения $\eta_{i,i=1,2}(\varepsilon) = b_i \varepsilon^{X_i}$ (1) (Рисунок 1).

Для моделирования относительного сближения плоских поверхностей с упругой шероховатостью вместо взаимодействия двух шероховатых поверхностей будем рассматривать взаимодействие двухуровневой шероховатости с максимальной высотой $H_{\max,1..2}$ с плоской твердой поверхностью (Рисунок 2) [5].

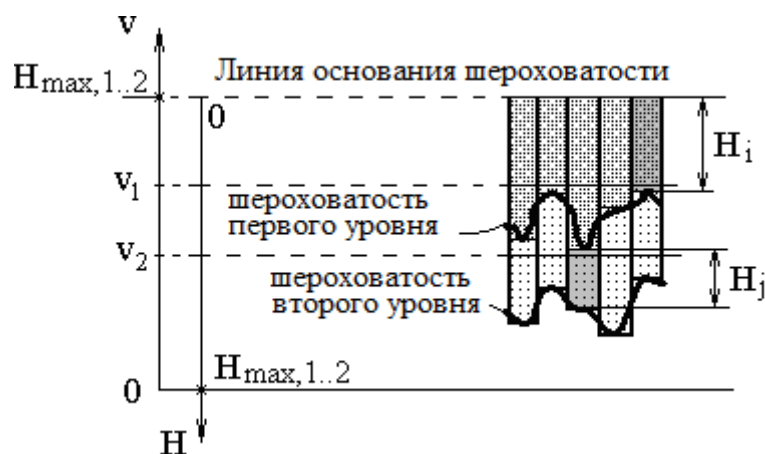


Рис. 2. Деформация двухуровневой шероховатости

Пусть взаимное абсолютное сближение v двух шероховатых поверхностей определяется формулой:

$$v = v_1 + v_2, \quad (4)$$

где v_1 – перемещение при сжатии первого уровня шероховатости, v_2 – перемещение при сжатии второго уровня шероховатости. Принимая во внимание результаты [5; 6], можно получить композицию распределений первого и второго уровней шероховатости:

$$\begin{aligned} \eta_{1..2} &= \int_0^v \left(\int_0^{v-v_1} d\eta_2 \left(\frac{v_2}{H_{\max,2}} \right) \right) d\eta_1 \left(\frac{v_1}{H_{\max,1}} \right) = \\ &= \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot \chi_1}{(H_{\max,1})^{\chi_1} \cdot (H_{\max,2})^{\chi_2}} \int_0^v (v - v_1)^{\chi_2} \cdot v_1^{\chi_1-1} dv_1 = \\ &= \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot \chi_1 \cdot \chi_2}{(H_{\max,1})^{\chi_1} \cdot (H_{\max,2})^{\chi_2}} \frac{\Gamma(\chi_1) \cdot \Gamma(\chi_2)}{\Gamma(1 + \chi_1 + \chi_2)} \cdot v^{\chi_1 + \chi_2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$v = H_{\max,1..2} \cdot \varepsilon, \quad v_{i,i=1,2} = H_{\max,i} \cdot \varepsilon_i. \quad (6)$$

Выберем один двуслойный стержень (Рисунок 2). Пусть на него действует давление величиной dp , тогда можно записать следующее уравнение для перемещений:

$$\begin{aligned} v = v_1 + v_2 &= H_{1,\max} \cdot \varepsilon_1 + H_{2,\max} \cdot \varepsilon_2 = H_{1,\max} \frac{P}{E_1} + H_{2,\max} \frac{P}{E_2} = \\ &= \left(\frac{H_{1,\max}}{E_1} + \frac{H_{2,\max}}{E_2} \right) dp. \end{aligned} \quad (7)$$

Обращая (7) получаем:

$$dp = \left(\frac{E_1 \cdot E_2}{H_{1,\max} \cdot E_2 + H_{2,\max} \cdot E_1} \right) (v_1 + v_2). \quad (8)$$

Тогда, по аналогии с (5), с учетом (8), сближение двух шероховатых поверхностей под действием давления P имеет вид:

$$P = \left(\frac{E_1 \cdot E_2}{H_{1,\max} \cdot E_2 + H_{2,\max} \cdot E_1} \right) \int_0^v \left(\int_0^{v-v_1} (v - (v_1 + v_2)) d\eta_2 \left(\frac{v_2}{H_{\max,2}} \right) \right) d\eta_1 \left(\frac{v_1}{H_{\max,1}} \right) \quad (9)$$

Уравнение (9) существенно отличается от предложенного в монографии [6] и уточняет его. Проинтегрируем (9) с учетом (1):

$$P = \left(\frac{E_1 \cdot E_2}{H_{1,\max} \cdot E_2 + H_{2,\max} \cdot E_1} \right) \frac{b_1 \cdot \chi_1}{(H_{\max,1})^{\chi_1}} \frac{b_2 \cdot \chi_2}{(H_{\max,2})^{\chi_2}} \frac{\Gamma(\chi_1) \cdot \Gamma(\chi_2)}{\Gamma(2 + \chi_1 + \chi_2)} \cdot v^{1+\chi_1+\chi_2} \quad (10)$$

Пусть заданы параметры двух шероховатых поверхностей: модули упругости $E_{i,j=1,2}$; параметры опорных поверхностей $b_{i,j=1,2}$, $\chi_{i,j=1,2}$; наибольшие высоты $H_{\max,i,j=1,2}$, а также давление, действующее на два взаимодействующих элемента этих шероховатых поверхностей. Тогда, обратив (10), можно определить абсолютное взаимное сближение v оснований этих двух шероховатых элементов. Далее, подставив полученное значение v в (5), можно получить относительную площадь касания двух шероховатых поверхностей $\eta_{1..2}$.

Определение высот деформированных (сжатых) стержней, моделирующих шероховатость для каждой из поверхностей в отдельности. При приложенном к шероховатой поверхности давлении P

с помощью (10) определяем сближение v двух шероховатых поверхностей. Далее, по (5) определяем относительную площадь касания для каждой из поверхностей $\eta_1 = \eta_2 = \eta_{1..2}$ и, обращая (1), определяем $\varepsilon_{i,j=1,2}$ (Рисунок 3). Вычисляем наибольшее абсолютное укорочение каждой шероховатости при сжатии $v_{i,j=1,2}$ по формуле (6) (Рисунок 3). Таким образом, при приложении давления величиной P к шероховатой поверхности, можно определить абсолютную высоту сжатых стержней каждой из шероховатостей по формуле:

$$\ell_{i,i=1,2} = H_{\max,i} - v_i. \quad (11)$$

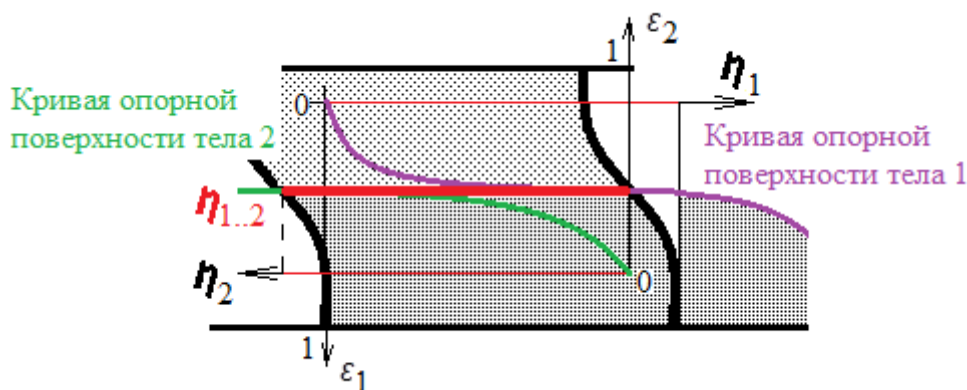


Рис. 3. Модель вычисления относительных площадей взаимодействия шероховатых поверхностей с изгибом отдельно стоящих стержней

Изгиб стержней длиной (11), моделирующих шероховатость под действием сдвигающей нагрузки. Т.к. ранее была определена относительная площадь контакта $\eta_1 = \eta_2 = \eta_{1..2}$ для каждой из шероховатостей, то для решения задачи об одновременном изгибе отдельно стоящих стержней одного и того же сечения будет необходима абсолютная величина площади контакта, которая определяет их количество. Для обеих шероховатостей можно получить $S = \rho \cdot \eta_{1..2}$. Согласно [7], изгиб кон-

сольно закрепленных стержней прямоугольного сечения площадью $\Delta \cdot h$ и длиной (11) при действии на прямоугольное сечение касательным напряжением $k \cdot P$ (где k – коэффициент трения) сопровождается искривлением стержней, радиус которого определяется формулой:

$$R_{i,\overline{1,2}} = 12 \cdot h^3 \cdot \Delta \cdot \frac{E_i}{(k \cdot P \cdot \Delta \cdot h) \cdot \ell_i} = 12 \cdot h^2 \cdot \frac{E_i}{k \cdot P \cdot \ell_i} \quad (12)$$

Учитывая, что $h = S = \rho \cdot \eta_{1..2}$, то согласно (5), (10)-(12) можем записать:

$$\begin{aligned} R_{i,\overline{1,2}}(P) &= 12 \cdot \rho^2 \cdot \eta_{1..2} (v(P))^2 \cdot \frac{E_i}{k \cdot P \cdot \ell_i(P)} = \\ &= 12 \cdot \left(\rho \cdot \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot \chi_1 \cdot \chi_2}{(H_{\max,1})^{\chi_1} \cdot (H_{\max,2})^{\chi_2}} \frac{\Gamma(\chi_1) \cdot \Gamma(\chi_2)}{\Gamma(1 + \chi_1 + \chi_2)} \cdot v(P)^{\chi_1 + \chi_2} \right)^2 \times \\ &\times \frac{E_i}{k \cdot P \cdot H_{\max,i} \left(1 - \left(\frac{b_1 \cdot b_2 \cdot \chi_1 \cdot \chi_2}{b_i \cdot (H_{\max,1})^{\chi_1} \cdot (H_{\max,2})^{\chi_2}} \frac{\Gamma(\chi_1) \cdot \Gamma(\chi_2)}{\Gamma(1 + \chi_1 + \chi_2)} \cdot v(P)^{\chi_1 + \chi_2} \right)^{\frac{1}{\chi_i}} \right)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$v(P) = \left(P \frac{(H_{1,\max} \cdot E_2 + H_{2,\max} \cdot E_1) (H_{\max,1})^{\chi_1} (H_{\max,2})^{\chi_2} \Gamma(2 + \chi_1 + \chi_2)}{E_1 \cdot E_2 b_1 \cdot \chi_1 b_2 \cdot \chi_2 \Gamma(\chi_1) \cdot \Gamma(\chi_2)} \right)^{\frac{1}{1 + \chi_1 + \chi_2}}.$$

При изгибе стержней длиной $\ell_{i,\overline{1,2}} = H_{\max,i} - V_i$ вследствие их взаимодействия при сдвиге одной невесомой шероховатой поверхности относительно другой, происходит вертикальное укорочение стержней-выступов на величину:

$$\Delta_{i,i=1,2} \approx \ell_i - \ell_i \sqrt{1 - \frac{w_i^2}{\ell_i^2}} \approx \frac{w_i^2}{\ell_i}, \quad (14)$$

где максимальное отклонение от вертикали w_i консольно закрепленного единичного стержня длиной $\ell_{i,j=1,2}$ определяется формулой [7]:

$$w_{i,i=1,2}(P) = -\frac{H_{\max,i}^2}{2 \cdot R_i(P)} \times \left(1 - \left(\frac{b_1 \cdot b_2 \cdot \chi_1 \cdot \chi_2}{b_i \cdot (H_{\max,1})^{\chi_1} \cdot (H_{\max,2})^{\chi_2}} \frac{\Gamma(\chi_1) \cdot \Gamma(\chi_2)}{\Gamma(1 + \chi_1 + \chi_2)} \cdot \nu(P)^{\chi_1 + \chi_2} \right)^{\frac{1}{\chi_i}} \right)^2. \quad (15)$$

Формула (15) позволяет определить максимальную величину перекрытия выступов шероховатости $\sum_{i=1}^2 w_i(P)$ при заданной величине давления P и заданном коэффициенте трения k , либо наоборот, при известном перекрытии выступов шероховатости $\sum_{i=1}^2 w_i(P)$ можно определить деформационную составляющую коэффициента трения.

Из рассматриваемой модели очевидным также является определение адгезионной составляющей коэффициента трения через разность трения покоя и трения скольжения. Это основано на том, что при измерении трения покоя коэффициент трения гораздо выше, и предположении, что при относительном движении шероховатых поверхностей изгиб стержней-выступов обусловлен только действием деформационной составляющей (во всяком случае ее большая часть).

Выводы. Впервые для шероховатости моделируемой призматическими стержнями с одномерной плотностью вероятности дается описание деформационной (механической) составляющей трения через изгиб призматических стержней, моделирующих шероховатости при взаимодействии друг с другом.

Также впервые получена формула, связывающая деформационный коэффициент трения с глубиной взаимного проникновения выступов шероховатости двух плоских взаимодействующих поверхностей.

Из рассматриваемой модели очевидным также является определение адгезионной составляющей коэффициента трения через разность трения покоя и трения скольжения. Это основано на том, что при измерении трения покоя коэффициент трения гораздо выше, и предположении, что при относительном движении шероховатых поверхностей изгиб стержней-выступов обусловлен только действием деформационной составляющей (во всяком случае ее большая часть).

Список использованных источников

1. Кравчук А.С., Чижик С.А., Рымуза З., Кузнецова Т.А. Определение силы адгезии между поверхностью зонда и поверхностью образца с учетом ее нанорельефа // APRIORI. Серия: Естественные и технические науки [Электронный ресурс]. 2014. № 2. Режим доступа: <http://apriori-journal.ru/seria2/2-2014/Kravchuk-Chizhik-Rymuza-Kuznesova.pdf>
2. Шептунов Б.В., Горячева И.Г., Ноздрин М.А. Контактная задача о движении штампа с регулярным рельефом по вязкоупругому основанию // Трение и износ. 2013. Т. 34. № 2. С. 109-119.

3. Ноздрин М.А., Шептунов Б.В. Деформационная составляющая силы трения // Техника и технологии трибологических исследований: II междунар. семинар, Иваново, 22–23 октября 2009 г. Иваново: Иван. гос. ун-т, 2012. С. 929.
4. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
5. Kravchuk A.S. Contact of Multi-Level Roughness with Flat Rigid or Perfectly Plastic Body // Technische Mechanik. 2008. Band 28. Heft 2. P. 105-120.
6. Крагельский И.В. Трение и износ. М.: Машиностроение, 1968. 480 с.
7. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела: Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. Т 2. М.: Наука, 1978. 616 с.