АКСИОМАТИКА ПРОБЛЕМЫ ФЕРМА, ДРУГОЙ ПУТЬ, ИССЛЕДОВАНИЕ «АРИФМЕТИКИ» ДИОФАНТА, СТРУКТУРА «АРИФМЕТИКИ» ДИОФАНТА, КЛЮЧ ФЕРМА, КРИТЕРИЙ НЕРАЗРЕШИМОСТИ

Амелент Александр Емельянович

доцент, кандидат экономических наук, доцент

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Москва

Аннотация. В данной статье дано содержание «Арифметики» Диофанта в том виде, в котором оно становится видно после приложения к трактату ключа Ферма, сделана попытка объединения в блоки или группы тех задач, которые в нём описаны. Введено понятие ключа Ферма и критерия неразрешимости.

Ключевые слова: «Арифметика» Диофанта, Ферма, диофантовые уравнения, теорема Ферма.

Счастливы сильные духом,
Без страха выбирающие путь,
Без страха принимающие славу.

Структура

Длинна ночь для бодрствующего.
Длинна йоджана для уставшего,
Длинна сансара для глупцов,
Не знающих истинной дхаммы.

«Арифметика» Диофанта – это набор уравнений. «Арифметика» Диофанта – это текстовое описание уравнений. В ней нет описания в привычном нам смысле. Смысл математического текста следует понимать самому. В том смысле, что около уравнений нет надписей и названий. То, что я нашёл, я идентифицировал и классифицировал так, как описано ниже.

Я подчеркну это особо: В «Арифметике» Диофанта нет специальных надписей возле уравнений, которые бы говорили нам о принадлежности того или иного уравнения к определённому классу или группе. Вообще нет ничего, что бы могло нам помочь хоть как-то классифицировать то, что мы там видим. Трудности восприятия способствует то, что эти уравнения записаны не привычными нам знаками, а словами. И смысл уравнения следует понимать, читая не математический текст.

«Арифметика» Диофанта устроена следующим образом: В самой Арифметике всё разбито на 6 книг. Сначала идёт формулировка задачи. И её трактовка может иметь порой многозначность. Но не всегда. Далее начинается наполнение Диофанта.

Оно делится на две части. Сначала Диофант пишет о том, как он понял эту задачу. И здесь нет никакой многозначности. Всё понятно и однозначно. Далее Диофант решает ту задачу, которую он сам сформулировал. И,если Вы вдруг не поняли, то по ходу решения и полученному ответу можете уточнить ту задачу, которую решал Диофант.

Особенность данного представления заключается в том, что практически никто не различает формулировки задач и формулировки задач, сделанные Диофантом. Зачем Диофант второй раз повторяет или объясняет условие задачи, если он сам её и формулировал? Значит формулировал задачи кто-то другой, а Диофант их пытался понять и решить. И вот здесь возникает удивительный феномен: формулировки в начале задачи и формулировки задач, сделанные Диофантом, а порой и само решение отличаются! Мы все смотрим на листок с уравнениями в конце «Арифметики», а это не верно. Это не те задачи, которые были сформулированы и поставлены перед Диофантом. Но, что удивительнее всего – и само решение, порой, оказывается не соответствующим даже тому, что сформулировал Диофант.

Я не думаю, что Диофант был идиотом и не понимал того, что он делал, напротив, я склонен полагать, что Диофант часть задач всё-таки решил, а часть задач он не смог правильно перевести и сформулировать в силу слабого развития математики в тот исторический период. Мы почему-то не предполагаем того, что кто-то сознательно уничтожил или изъял 7 книг Диофанта, перемешал оставшиеся задачи и в оставшихся шести книгах изъял часть текста так, что он стал трудно понимаем.

С другой стороны ,«Арифметика» состоит из трёх частей: это уравнения с тремя, четырьмя и пятью неизвестными. Есть уравнения и с двумя неизвестными, но они легко, в дальнейшем, встраиваются в блоки для трёх, четырёх или пяти неизвестных. Исходные уравнения были изъяты из текста и оставлено только решение. Исходные уравнения – это изначально сформулированные уравнения, с которых было начато решение задачи. Последовательность уравнений и решение этих исходных уравнений оставлены без изменений. То бишь решение этих трёх исходных уравнений. Если попытаться сравнить данные изыски с исходными уравнениями с детской игрой в кубики, то оказывается, что у трёх, различной величины, башен, собранных из кубиков разных размеров, сняты купола башен, сами башни разрушены, а три вида кубиков разной величины перемешаны и сложены в тринадцать коробок.

В имеющихся шести книгах рассмотрены две большие теоремы и этот массив уравнений делится на две неравные части или блоки, поскольку первая теорема меньше второй по объёмам. Можно условно назвать их цифрами I и II.Первый блок имеет отношение к расширенному варианту закона Тициуса-Боде и решению задачи трёх тел. Второй блок – это решение задачи четырёх тел. Присутствуют уравнения и из третьего блока. Четыре оставшихся уравнения – это хвосты от III-го блока (7-13 книги) решающего уравнение, описывающего движение 5-ти тел. Прочитав книгу Башмаковой по арабскому варианту Арифметики, я нашёл недостающие уравнения и по ним восстановил и это уравнение.

Кроме того в первом блоке обнаружились две самостоятельные задачи, вытекающие из последовательных преобразований уравнений. Самостоятельными задачами явились блоки A и B – это теорема Ферма и разновидность гипотезы Биля. Эти две задачи находятся внутри первого блока, вытекают из первого исходного уравнения, являющегося решением задачи трёх тел и превращающегося в закон Тициуса – Боде подстановкой вместо X и Y – 1 и 2 соответственно.

Внутри второго блока имеется также две самостоятельных задачи. Это блоки C и D. Блок C – это теорема для четырёх неизвестных, а блок D – это разновидность гипотезы Биля для четырёх неизвестных.

Следует отметить также, что разделение «Арифметики» на две части: 1-6 и 7-13 книги произведено с большим знанием предмета. Также следует отметить и дополнительные сложности в распознавании уравнений. Эти сложности связаны с тем, что кто-то знающий не только устранил половину книги, но и в оставшейся части «Арифметики» оставил свои следы, а именно: он выдирал из оставшегося трактата страницы с таким знанием материала ,что осуществлял объединение двух соседних задач с различными уравнениями и, следовательно, переход одних уравнений в другие порой очень сложно различить. Он осуществлял это таким образом, что в одном тексте оказывались решаемы два, три, а порой и четыре уравнения. То есть получилось так, что и оставшаяся часть трактата оказалась трудно понимаема.

Другой Путь

Все происходит вокруг нас,
но никто не знает, каким образом.
Все является перед нами,
но никто не видит источника.
Все вместе и каждый в отдельности,
люди ценят ту часть знания,
которая уже известна.
Они не умеют пользоваться неизвестным,
чтобы с его помощью достичь знания.
Разве это не заблуждение?

Здесь следует немного внимания уделить и так называемому, Другому Пути рассмотрения диофантовых уравнений. Современная математическая наука не обладает в полной мере тем, что бы ей позволяло проводить полный анализ диофантовых уравнений с числом неизвестных больших трёх. Да что там трёх, даже наличие двух неизвестных в произвольной степени в уравнении не позволяет нынче сказать почти ничего ни о наличии решений, ни об их отсутствии.

В «Арифметике» Диофанта, в том наборе уравнений, который можно обозначить как уравнения, предложенные к решению, в полной мере используется инструмент оперирования с диофантовыми уравнениями. Этот инструмент можно назвать и «критерием неразрешимости диофантовых уравнений».

Так вот, другой путь рассмотрения диофантовых уравнений, который используется в «Арифметике» Диофанта, напрямую связан с применением критерия неразрешимости. Именно критерий неразрешимости диктует тот набор простых чисел, который следует рассматривать.

Очень часто можно услышать дискуссию о том: а знал ли сам Ферма своё «удивительное доказательство»? Сейчас на этот вопрос трудно ответить, но, что можно сказать с достаточно определённой долей уверенности – он знал, что путь доказательства данной теоремы отличается от нынче принятого: для n-простых и $n = 4$. Об этом говорит то, что Ферма привёл вид простых чисел, которые необходимо употребить для того, чтобы доказать эту теорему. Это Ферма сделал на пару с Марэном Мерсенном. Они нашли иной путь доказательства (Путь, а не доказательство), но не общий случай, поэтому этот путь никто не воспринимает. Более того, очень часто этот вариант многие воспринимают именно как ошибку. Единственную ошибку Ферма. Эта якобы ошибка не позволяет нам увидеть правильный Путь, сталкивая нас на тупиковое направление. Мы все смотрим на доказательство Ферма для $n = 4$, а смотреть надо совсем на другое. Вот частный случай иного пути при рассмотрении диофантовых уравнений: **Простые числа Мерсенна, n, простые числа Ферма.**

Пусть Вас не смущает, что и в простых числах Мерсенна и в простых числах Ферма мало простых чисел, или нет их совсем – это не важно, ведь это частный случай другого уравнения для простых чисел не от одной, а от двух переменных. Как, допустим, теорема Пифагора является частным случаем теоремы Ферма. Но теорема Пифагора – разрешима, а теорема Ферма – нет.

В «Арифметике» Диофанта уравнения рассматриваются для достаточно большого количества разновидностей простых чисел Мерсенна или простых чисел Ферма. Я полагаю, что должна существовать теорема, которая бы определяла границу достаточности количества тех или иных простых чисел для рассмотрения диофантовых уравнений с различным количеством неизвестных. Сейчас, при рассмотрении или вернее сказать прочтении «Арифметики», мы должны полагаться лишь на то, что истинный автор «Арифметики» знал эту теорему и употребил для рассмотрения уравнений с тремя, четырьмя и пятью неизвестными именно столько простых чисел, сколько это было нужно, чтобы соблюдался принцип необходимости и достаточности для доказательства истинности рассматриваемого утверждения.

Ключ Ферма

> Пусть мудрец усилием, серьёзностью,
> самоограничением и воздержанием
> сотворит остров, который нельзя
> сокрушить потоком.

В теории чисел, в разделе теоремы Ферма есть крайне интересная и необычная проблема, чьё существование тщательно замалчивается, а чьё право на жизнь всячески отрицается практически всеми математиками. Эта красивейшая проблема, описанная, в частности у Эдвардса – это проблема поиска ключа, который должен был оставить Ферма. Многие математики допускают наличие чего-то, что можно было бы назвать наследием Ферма. Признать право на существование данной проблемы для всего математического мира означало бы признать своё полное поражение в данном разделе знаний и вело бы к признанию того, что возможно поставить неразрешимую решаемую задачу перед всем миром. Это означало бы также превосходство любителей над профессионалами, чего не может быть по определению. Это означало бы также признание такого понятия ,как «ключ» по отношению к математическим текстам, что математики не хотят признавать категорически.

Наверное, понятие «ключ» является не совсем верным термином в данном случае, поэтому разумнее всего было бы назвать данный феномен «инструментом оперирования диофантовыми уравнениями».

Ферма оставил после себя 13 теорем в области теории чисел, поэтому логичнее всего искать этот инструмент среди этих 13 или их суперпозиции. Может быть ищущему будет проще воспринимать данный феномен, если он сможет понять, принять и убедить себя в том, что среди этих 13-ти действительно находится ключ Ферма. Эта проблема, как бы просто она не звучала, является неразрешимой для всех поколений людей на протяжении почти 400 лет. И поскольку среди этих 13-ти, действительно, имеется ключ, то следует признать очевидное: в данной проблеме, наряду с ярко выраженной математической составляющей имеется и психологическая составляющая почти непреодолимой силы. Только тот, кто сможет поверить в то, что существовала Древняя Мудрость, которая никуда не исчезла, а продолжает быть доступной любому ищущему, преодолевшему психологический барьер – только тот сможет достичь понимания.

Ситуация осложняется ещё и тем, что вездесущие любители от математики записали наследие Ферма неверно. И мы имеем дело с различными способами записи, как самой теоремы Ферма, так и ключа, оставленного Ферма. Мы смотрим на формулы, записанные любителями и не видим истины. Мы имеем дело с изменённым наследием Ферма. Для того, чтобы увидеть ключ следует самому записать наследие Ферма, опираясь только на свою память. Это ещё одно упражнение из буддийской практики. Сначала вы должны всё забыть. И лишь потом вспомнить. Тому ,кто всё «знает и помнит» выполнить сие будет не под силу. Это наследие устойчиво к ошибкам трактователей, которые донесли до нас эти формулы с ошибками. Логика послания, посредством которой вы будете добираться через память к нужным уравнениям, не даст вам ошибиться.

Для того, чтобы вы поняли, что не ошиблись, вам следует сравнить то, что у вас получилось с тем, что оставил нам сам Ферма. А оставил он нам ключ, который кто-то поместил на самое видное или главное место. А где же оно находится это самое видное место, в котором размещён ключ Ферма? Так вот, вся глупость нынешнего подхода заключается в том, что никто не понимает: А где же оно находится – это самое видное место? Тому, кто захочет понять суть, следует найти главное или ключевое место данной проблемы. А затем необходимо сделать самое главное: Надо посмотреть на это место и поверить в то ,что то ,что вы там увидите и есть ключ Ферма.

То, что я так запросто называю ключом, раскладывается на бесконечное количество составляющих и становится инструментом, дающим возможность оперирования с диофантовыми уравнениями.

Критерий неразрешимости диофантовых уравнений

И в несокрушимых скалах
идей и вер,есть пещеры,
в которых ютятся люди.

С 6 по 12 августа 1900 года в Париже на II конгрессе математиков Давид Гильберт, 38-летний гёттингенский профессор прочитал свой доклад «Математические проблемы», вошедший в Историю, как «23 проблемы Гильберта». В этом докладе охвачены области математики, «исследование которых может значительно стимулировать дальнейшее развитие науки». 8, 9 и 10 проблемы имеют отношение к теории чисел. 10 проблема Гильберта носит название «Задачи о разрешимости диофантова уравнения»: Пусть задано диофантово уравнение с произвольными неизвестными и целыми рациональными числовыми коэффициентами. *Указать способ, при помощи которого возможно после конечного числа операций установить, разрешимо ли это уравнение в целых рациональных числах.*

На сегодняшний день доказано, что не существует общего способа решения диофантовых уравнений. Юрий Матиясевич в 1970 году доказал алгоритмическую неразрешимость вопроса о том, имеет ли произвольное диофантово уравнение хотя бы одно решение.

То, что является ключом к Великой теореме Ферма и «Арифметике» Диофанта, становится в своём расширенном варианте инструментом оперирования с диофантовыми уравнениями, и оказывается, при полном переборе всех возможных вариантов, критерием неразрешимости диофантовых уравнений. И это никак не противоречит никаким математическим законам.

Но, что кажется совершенно невероятным – Ферма в письме к Каркави пишет: «Долгое время я не мог приложить мой метод к утвердительным предложениям, потому что обходы и окольные пути для достижения цели гораздо более трудны, чем те, которые послужили мне для отрицательных предложений… Но наконец многократно повторенные размышления пролили свет, которого мне не доставало, и утвердительное предложение оказалось возможным трактовать моим методом с помощью некоторых новых принципов, которые оказалось необходимым к ним присоединить» [2, с. 78].

Как-то так.

Список использованных источников

1. Диофант Александрийский. Арифметика и книга о многоугольных числах / под ред. И.Г. Башмаковой. М., 1976. 328 с.
2. Ферма П. Исследования по теории чисел и диофантову анализу / под ред. И.Г. Башмаковой. 2007. 320 с.
3. Амелент А.Е. Аксиоматика проблемы Ферма // Наука в цифрах. 2016. № 1.
4. Амелент А.Е. Аксиоматика проблемы Ферма, другой путь // Наука в цифрах. 2017. № 2 (3).
5. Амелент А.Е. Некоторые аспекты лингвистических особенностей перевода математического трактата «Арифметики» Диофанта Александрийского // APRIORI. Серия: Естественные и технические науки. 2017. № 6 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://apriori-journal.ru/seria2/6-2017/Amelent.pdf
6. Амелент А.Е. Некоторые аспекты лингвистических особенностей перевода математического трактата «арифметики» диофанта александрийского в уравнении IV.14 и, связанные с ними гипотезы возникновения теоремы Ферма // APRIORI. Серия: Естественные и технические науки. 2018. № 2 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://apriori-journal.ru/seria2/2-2018/Amelent.pdf
7. Амелент А. Е. «Арифметика» Диофанта. Другой Путь. Три Башни [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.mathforum.ru/forum/read/1/82935
8. Демидов С.С. К истории проблем Гильберта // Историко-математические исследования. М.: Наука, 1966. № 17. С. 91-122.
9. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел. М.: Мир, 1980. 488 с.