УДК 517.91(62) + 512

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РДС В КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ С ПАРАМЕТРОМ ПРИ ИХ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ РЕЗОНАНС

Сламжанова Сая Сламжанкызы

кандидат физико-математических наук, доцент
Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова
Талдыкорган (Казахстан)

Аннотация. В работе исследуется задача о сильной устойчивости и смены устойчивости вблизи резонансов нечетного порядка. Получены оценки области притяжения при наличии смены устойчивости.

Ключевые слова: нормализация, модельные РДС, бифуркация, тождественный и внутренний резонансы устойчивости, сильной устойчивости, расстройство резонансов или расстройства, резонансы, функция Ляпунова.

RESEARCH OF STABILITY OF DDS IN A CRITICAL CASE WITH PARAMETER AT THEIR PASSING THROUGH A RESONANCE

Slamzhanova Saya Slamzhankyzy

PhD, associate professor
I. Zhansugurov Zhetysusk State University
Taldykorgan (Kazakhstan)

Abstract. This paper investigates the problem of strong stability and change of resistance near the resonances of odd order. Estimates are obtained for the region of attraction in the presence of a change of stability.

Keywords: normalization, model RDS, bifurcation, and is identical with the internal resonance stability, strong stability, disorder, or resonance disorder, resonances, Lyapunov's function.

В [2-8] исследованы резонансные задачи устойчивости РДС. При решении задачи устойчивости при внутреннем резонансе, так же как и в нерезонансных случаях, вначале проводится разделение критической и присоединенной системы (если таковая имеется), а затем в критической системе выделяется модельная РДС, по поведению решений которой можно было бы сделать заключение об устойчивости всей системы. Процедура выделения модельной системы такова: на первом шаге модельной системой является линейное приближение, в случае его нейтральности добавляются формы низшего порядка нелинейных разложений, если нейтральность сохраняется, добавляются нелинейные формы более высокого порядка и т.п.

Детальное рассмотрение резонансных задач привело нас к постановке следующих задач: а) исследование устойчивости систем при наличии нескольких резонансов [5; 7]; б) исследование взаимодействия резонансов при одной общей частоте; в) исследование взаимодействия резонансов при нескольких общих частотах [7].

В предлагаемой работе с целью дальнейшего использования полученных в [5; 7] результатов рассматривается задача устойчивости для параметрический возмущенных РДС, близких к резонансным. Приводится постановка новой задачи о сильной устойчивости и смене устойчивости с параметром, устанавливается взаимосвязь между двумя типами нормализация – обычной (при фиксированном значении μ) и параметрической (когда параметр непрерывно меняется в определенной области). Полученные результаты позволяют по свойствам резонансных систем сделать нетривиальной вывод об устойчивости систем близких к резонансным, используя лишь информацию о свойствах строго резонансных случаев, оценить в пространстве параметров область сильной устойчивости (неустойчивости), введено количество характеристики «опасности» резонанса.

Постановка задачи о сильной устойчивости. Некоторые свойства нормализующих преобразований.

1.1 **Условия** $T_\alpha(T_0)$. **Определение сильной устойчивости.**

Рассматривается РДС

$$x_{n+1} = A(\mu)x_n + \sum_{|j|=q>1}^{\infty} F^{(j)}(n, \mu_j x_n) \tag{1}$$

(здесь $n \in N \cup \{0\}$ (N – множество натуральных чисел), $x_n = x(n) \in R^l, \forall n \in R.$ $F^{(j)}$ – форма j-го порядка по отношению x_n и $\mu \in R$ – параметр. При следующих предположениях:

1) Параметр $\mu \in U_\varepsilon(0) \subset R,$ где U_ε – некоторая замкнутая ε окрестность нуля в R.
2) Матрица $A(\mu)$ в точке окрестности имеет m- пар различных комплексно-сопряженных собственных чисел.

$$\rho_s(\mu) = H\alpha_s(\mu)\exp(i\varphi_s(\mu)) \tag{2}$$
$$\rho_{s+1}(\mu) = (1+\alpha_s(\mu))\exp(-i\varphi_s(\mu))$$

Таких, что $\alpha_s = 0; \quad \varphi_s(0) = \varphi_s \neq 0$.

Остальные собственные числа по модулю строго меньше единицы при $\mu \in U_\varepsilon(0)$.

3) При $\mu = 0$ критические собственные числа РДС (1) связаны единственным резонансным соотношением

$$(k, \varphi) = 0(\mathrm{mod}\, 2\pi) \tag{*}$$

порядка $L = |k|, \varphi = (\varphi_1, ..., \varphi_m)$. Других резонансов порядка меньше или равно $L+1$ в $U_\varepsilon(0)$ нет.

При изменении параметра μ могут возникнуть две основные ситуации:

а) Критический случай *m*-пар комплексно-сопряженных корней по модулю равных единице с внутренним резонансом при μ = 0, переходит в нерезонансный критический случай при μ ≠ 0. Эта ситуация характеризуется тем, что:

4) $(\forall s), (\forall \mu \in U_\varepsilon(0))(\alpha_s(\mu) = 0)$

б) Критический случай *m*-пар комплексно-сопряженных корней по модулю равных единице при μ = 0 переходит при μ ≠ 0 в случай близких к критическому. Эта ситуация характеризуется тем, что

5) $(\forall s), (\forall \mu \in U_\varepsilon(0) / \mu \neq 0)(\alpha_s(\mu) \neq 0)$

С ситуацией а) связана задача об устойчивости критических параметрически возмущенных систем при их прохождении через внутренний резонанс.

Совокупность предположений 1)-3), 5) назовем условиями T_0, а предположения 1)-4) – условиями T_α.

Определение 1. Будем говорить, что РДС (1) устойчива (неустойчива) в точке μ_0, если нулевое решение РДС (1), где $\mu = \mu_0$ устойчиво (неустойчиво) по Ляпунову [1; 10; 12].

Определение 2. РДС (1), устойчивая (неустойчивая) в точке μ_0, называется сильно устойчивой (сильно неустойчивой) в этой точке, если существует такая ε-окрестность $U_\varepsilon(0)$, что РДС (1) устойчива (неустойчива) в каждой точке $\forall \mu \in U_\varepsilon(0)$.

В противном случае в точке μ_0 имеет место смена устойчивости.

1.2 **Два типа нормализации**

Решение задачи о сильной устойчивости при выполнении условий T_0 осложняется тем обстоятельством, что обычное нормализующее преобразование, которое используются при независимом исследовании резонансных и нерезонансных РДС, разрывно по параметру.

Введем множество Γ резонансных значений параметра μ, полагая $\Gamma=\{\mu/(k,\varphi(\mu))=2k\pi\}$ (где $k\in Z$ – множество целых чисел). Обозначим $U_{\varepsilon}^{'}(0)=U_0(0)\setminus\Gamma$, $\Gamma_{\varepsilon}=\{\mu\in\Gamma/|\mu|<\varepsilon\}$, $d((\mu),\Gamma_{\varepsilon})$ – расстояние от точки $\mu\in U_{\varepsilon}^{'}(0)$ до множества Γ_{ε}.

В условиях T_{α} будем считать, что $(1+\alpha(\mu))^k\neq 1$ при $k\in N,\ \mu\neq 0$ и тогда $U_{\varepsilon}^{'}(0)$ проколотая в нуле ε-окрестность $U_{\varepsilon}(0)$.

В условиях T_0, $U_{\varepsilon}^{'}(0)$ получается удалением из $U_{\varepsilon}(0)$ участка гиперповерхности $(l,\varphi(\mu))=2k\pi$, которую можно используя (*), записать в виде

$$\Phi(\mu)=(l,\Delta(\mu))=0 \text{ где, } \Delta(\mu)=(\varphi_1(\mu)-\varphi_1(0),\ldots,\varphi_m(\mu)-\varphi_m(0)).$$

Решение задачи о сильной устойчивости основано на одновременном использовании обычной нормальной формы в $U_{\varepsilon}^{'}(0)$ и непрерывной нормальной формы в $U_{\varepsilon}(0)$.

Опишем в этом пункте структуру обоих нормальных форм и приведем некоторые технические результаты, используемые в дальнейшем. Обе нормальные формы выписываются для F-системы в условиях T_{α}.

Из результатов [3; 9] видно, что непрерывная нормальная форма будет содержать члены тождественного и внутреннего резонанса, а обычная нормальная форма в $U_{\varepsilon}^{'}(0)$ содержит только члены тождественного резонанса.

Выполним для F-системы обе нормализации до членов $2L+1$-го порядка. Тогда получим следующие две системы:

Непрерывная нормальная форма в $U_{\varepsilon}(0)$

$$z_{s,n+1}=(1+\alpha_s(\mu))\exp(i\Delta_s(\mu))z_{sn}+\beta_s(\mu)z_n^{-l-\delta_s}+z_{sn}\sum_{|q|=L}g_q^{(s)}\omega_n^q+ \\ +o_{\mu}\left(\|z_n\|^{L+1}\right) \tag{3}$$

обычная нормальная форма в $U_{\varepsilon}^{'}(0)$

$$z'_{s,n+1} = (1+\alpha_s(\mu))\exp(i\Delta_s(\mu))z'_{sn} + z'_{sn}\sum_{|l|=L} g'_l(\mu)\omega_n'^{q} + o'_\mu\left(\|z\|^{L+1}\right) \qquad (4)$$

здесь: $\Delta_s(\mu) = \varphi_s(\mu) - \varphi_s(0) \to 0$

при: $\mu \to 0,\ \omega'_n = (\omega'_{1n}, \omega'_{2n}, \ldots, \omega'_{mn}),\ \omega'_{sn} = z'_{sn} z_{sn},\ L = \left[\frac{Q}{2}\right],\ M = \left[\frac{L}{2}\right].$

Сопоставим обе нормальные формы. Нормализующее преобразование для обеих нормальных форм совпадает до членов $2L+2$-го порядка включительно до появления младших членов внутреннего резонанса [2].

Начиная с форм $2L+1$-го порядка, нормализующие преобразования для (3) и (4) уже резко различны. Нормализующее преобразование и нормальная форма (3) непрерывны и ограничены по μ. Нормализующее исходную систему к (4), не ограничено при $d(\mu, \Gamma_\varepsilon) \to 0$. Неограниченность норм впервые возникает у коэффициентов при тех членах нормализующего преобразования $2L+1$-го порядка, которые являются резонансными при $\mu \in \Gamma_\varepsilon$. Она связана с появлением малых (по μ) знаменателей при вычислении коэффициентов нормализующего преобразования.

Наличие таких коэффициентов автоматически влечет неограниченность o'_μ при $d(\mu, \Gamma_\varepsilon) \to 0$.

Сопоставим теперь коэффициенты $g_q^{(s)}(\mu),\ g_q'^{(s)}(\mu)$ в (3) и (4). Для этого отметим вначале одно техническое, но важное сейчас свойство процесса нормализации: форма j-го порядка в нелинейной форме не зависят от форм порядка $\nu \geq \left[\frac{j}{2}\right]$ – нормализующего преобразования. Оно означает следующее: в РДС, пронормализованной до некоторого j-го порядка, вычисление коэффициентов нормальной формы до порядка $2j-1$ включительно сводится к выделению резонансных членов. То есть, для получения членов нормальной формы некоторого порядка

$s,\ \ j+1 \le s \le 2j-1$ достаточно зачеркнуть все нерезонансные члены порядка s.

Учтем теперь, что оба нормализующих преобразования в $U_\varepsilon(0)$ и $U_\varepsilon^{'}(0)$ совпадает до членов $2L+2$-го порядка включительно. Отсюда следует, что обе нормальные формы совпадают до членов $2L+1$-го порядка, а общие резонансные члены j-го порядка совпадают при $2L+1 \le j \le 4L+5$, что может быть лишь при $L>4$.

Итак, при $L \ge 4$ будем иметь

$$g_q^{(s)}(\mu)=g_q^{'(s)}(\mu),\ \ |q|=1,\ldots,L-3. \tag{5}$$

При $L=3$ эти равенства, вообще говоря, нарушаются уже при $|q|=1$. Поэтому в (4) и (5) при $L=3$ младшие члены тождественного резонанса (члены третьего порядка) не совпадают. Выведем для резонансов третьего порядка формулы, устанавливающие взаимосвязь между коэффициентами при членах тождественного резонанса третьего порядка $g_q^{'(s)}(\mu)$ и $g_q^{(s)}(\mu)$ $(|q|=3)$ в обоих нормальных формах.

Опишем схему получения такой связи, опуская технические вычисления.

Введем расстроику резонанса, полагая

$$\beta(\mu)=\prod_{j=1}^{m}\left(1+\alpha_j(\mu)\right)^{l_j}\ \exp(i(l,\varphi)) \tag{6}$$

где l – резонансный вектор [9] из (2).

Заметим, что предельное соотношение $d(\mu,\Gamma_\varepsilon)\to 0$ равносильно соотношению $d(\mu,\Gamma_\varepsilon)\to 0$ μ-го в условиях T_α и соотношению $d(\mu,\Delta(\mu))\to 0$ в условиях T_0.

Нормальную форму (4) практически удобно получить, нормализуя РДС (3) в $U_\varepsilon^{'}(0)$. Для этого необходимо ввести преобразование $z_{sn}\to z_{sn}^{'}$, уничтожающее в (3) младшие члены внутреннего резонанса (их порядок $2L+1$):

$$z_{sn} = z'_{sn} + \frac{\alpha_s \cdot \bar{z}_{sn}^{'l-\delta_s}}{(1+\alpha_s)^{l-\delta_s}\exp(-i(\varphi, l-\delta_s)-(1+\alpha_s))\exp(i\varphi)} \tag{7}$$

Преобразование (7) неограниченно по μ при $d(\mu,\Gamma_\varepsilon)\to 0$ и переводит окрестность нуля в пространстве переменных z_{sn} в сколь угодно малую окрестность в пространстве переменных z, стягивающуюся к нулю при $d(\mu,\Gamma_\varepsilon)\to 0$.

Приведем окончательные результаты вычислений, выписывая для одночастного резонанса третьего порядка обе нормальные формы и формулы связи для коэффициентов при членах тождественного резонанса [2]:

$$3\varphi(0)\in M(s) \tag{*}$$

$$z_{n+1} = (1+\alpha(\mu))\exp(i\Delta(\mu))z_n + \sigma(\mu)\bar{z}_n^r + \alpha_{11} z_n^r \bar{z}_n + o_\mu\left(|z_n|^4\right) \tag{8}$$

$$z'_{n+1} = (1+\alpha(\mu))\exp(i\Delta(\mu))z'_n + \alpha'_{11} z_n^{'r} \bar{z}'_n + o'_\mu\left(|z_n|^4\right) \tag{9}$$

$$\alpha'_{11} = \alpha_{11} + 2\sigma(\mu)\frac{\alpha(\mu)}{(1+\alpha(\mu))^2\exp(-2i\Delta(\mu))-(1+\sigma(\mu))\exp(i\Delta(\mu))} \tag{10}$$

1.3 **Сильная устойчивость и смена устойчивости в окрестности одночастного резонанса третьего порядка**

В этом пункте указанная задача рассматривается для одночастного резонанса третьего порядка вида (*).

Для этого типа резонанса изучается вначале устойчивость на резонансном множестве Γ_ε и вблизи резонанса. В процессе исследования выделяются основные и вырожденные случаи. Одним из важных свойств основных случаев является отсутствие смены устойчивости на Γ_ε, затем устанавливаются признаки сильной устойчивости и смены устойчивости, возникающей за счет перехода параметра μ из множества Γ_ε в области $U'_\varepsilon(0)$.

Пусть в системе имеется пара комплексно-сопряженных корней вида $\exp(\pm i\varphi(\mu))$ $(m=1)$ и при $\mu=0$ имеется внутренний резонанс:

$$3\varphi(0)=2k\pi\in M(s) \tag{11}$$

Исследование устойчивости при $\mu\in\Gamma_\varepsilon$ сводится к изучению системы (17) в [7] которая примет вид

$$z_{n+1}=z_n+\alpha(\mu)\bar{z}_n^{2}+\alpha_{11}(\mu)z_n^2\bar{z}_n+o_\mu\left(|z_n|^4\right). \tag{12}$$

Применяя к РДС (12) следствие 2.3.3 в [6], приходим к выводу, что при $\sigma(0)\neq 0$ РДС неустойчива в точке $\mu=0$.

В силу непрерывности, если $\sigma(0)\neq 0$ (общий случай) то при достаточно малом ε РДС (12) неустойчиво для $\forall\mu\in\Gamma_\varepsilon$.

Исследование устойчивости в $U'_\varepsilon(0)$ проведем с помощью (8) в которой следует положить $\sigma(0)=0$.

$$z'_{n+1}=\exp(i\Delta(\mu))z'_n+\alpha'_{11}(\mu)z_n'^2\bar{z}'_n+o'_\mu\left(|z_n|^4\right) \tag{13}$$

где согласно (10)

$$\alpha'_{11}=\alpha_{11}+2\alpha(\mu)\left[\frac{\alpha(\mu)}{\exp(-2i\varphi)-\exp(-i\varphi)}\right] \tag{14}$$

(13) будет устойчива при тех μ, для которых:

$\operatorname{Re}\alpha'_{11}(\mu)\cos\varphi(\mu)+lm\operatorname{Im}\alpha'_{11}(\mu)\sin\varphi(\mu)<0$ и неустойчиво, когда

$\operatorname{Re}\alpha'_{11}(\mu)\cos\varphi(\mu)+lm\operatorname{Im}\alpha'_{11}(\mu)\sin\varphi(\mu)>0$

Из (14) видно, что

$$\operatorname{Re}\alpha'_{11}(\mu)\cos\varphi(\mu)+lm\alpha'_{11}(\mu)\sin\varphi(\mu)=\left[\operatorname{Re}\alpha_{11}-\frac{|\alpha|\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{3\varphi}{2}}\right]\cdot\sin\varphi=a_{11}(\mu).$$

Поэтому, если $a_{11}(0)\neq 0$ то при достаточно малом ε РДС (1) будет асимптотически устойчива в $U'_\varepsilon(0)$ когда $a_{11}(0)<0$ и неустойчива, когда

$a_{11}(0) > 0$. Если $\alpha(\mu) = 0$ (вырожденный случай) и $a_{11}(0) \neq 0$, то (12) и (13) устойчивы или неустойчивы одновременно.

Таким образом, справедливо:

Теорема. Пусть в РДС (1) при $\mu \in U_{\varepsilon}^{'}(0)$ имеется пара комплексно-сопряженных собственных чисел по модулю равных единицы: $\exp(\pm\varphi(\mu))$ связанных при $\mu = 0$ внутренним резонансом (*).

Тогда при достаточно малом ε характер устойчивости при изменении ε в $U_{\varepsilon}^{'}(0)$ определяется следующим образом:

1) если $\sigma(0) \neq 0$ и $\alpha_{11} > 0$ при $\mu \in \Gamma_{\varepsilon}$, то РДС (1) при $\mu \in U_{\varepsilon}^{'}(0)$ и при $\mu \in U_{\varepsilon}(0)$ одновременно неустойчива, а при $\mu \in U_{\varepsilon}(0)$ РДС сильно неустойчива. В случае же $\alpha_{11} < 0$ при $\mu \in U_{\varepsilon}^{'}(0)$ РДС (1) асимптотически устойчива, при $\mu \in \Gamma_{\varepsilon}$ РДС (1) неустойчива, а при $\mu \in U_{\varepsilon}(0)$ происходит смена устойчивости.

2) При $(\alpha(\mu) = 0)$ ($\mu \in \Gamma_{\varepsilon}$) в случае $\alpha_{11}(0) > 0$ РДС (1) неустойчива одновременно при $\mu \in U_{\varepsilon}(0)$ и при $\mu \in \Gamma_{\varepsilon}$, а при $\mu \in U_{\varepsilon}(0)$ РДС (1) сильно неустойчива. В случае $\alpha_{11} < 0$ РДС (1) РДС асимптотически устойчива одновременно при $\mu \in U_{\varepsilon}^{'}(0)$ и $\mu \in \Gamma_{\varepsilon}$ и сильно асимптотически устойчива при $\mu \in U_{\varepsilon}(0)$.

2.1 **Полиномиальная функция Ляпунова-Четаева**

До сих пор не изучено поведение свойства устойчивости РДС при их прохождении через резонанс. Принципиальным моментом является при этом оценка области притяжения (отталкивания), когда неустойчивость при $\delta(\mu) = 0$ сменяется асимптотической устойчивостью при $\mu \in U_{\pm}^{*}$.

Искомые оценки будут получены при помощи полиномиальных функций, непрерывно зависящих от параметра. Особенность таких функций следующая.

В области $U_{\varepsilon}^{'}(0)$ они удовлетворяют теоремам Ляпунова, и переходят в функцию Четаева при $\Delta(\mu)=0$ [12].

Опишем схему построения таких функций, рассмотрим РДС (1) при выполнении условий T и ее непрерывную нормаль-форму (4), где $\sigma_s(\mu)=0$. Пусть l – резонансный вектор из (3), $|l|=3$, $\gamma_s(\mu)$ – вещественные функции непрерывные в $U_{\varepsilon}(0)$, $g(\mu)$ комплекснозначная функция.

Рассмотрим вещественный полином

$$V_n=\sum_{s=1}^{m}\gamma_s(\mu)\omega_{sn}+g(\mu)\overline{z}_n^{l}+\overline{g}(\mu)z_n^{l} \tag{15}$$

и вычислим первую разность ΔV_n в силу (4).

$$\begin{aligned}\Delta V_n=&\left[\sum_{s=1}^{m}\gamma_s\alpha_s\exp(-i\Delta_s(\mu))+\exp\left(-i\sum_{s=1}^{m}l_s\Delta_s(\mu)\right)g(\mu)-g(\mu)\right]\overline{z}_n^{l}+\\&+\left[\sum_{s=1}^{m}\gamma_s\overline{\alpha}_s\exp(i\Delta_s(\mu))+\exp\left(i\sum_{s=1}^{m}l_s\Delta_s(\mu)\right)\overline{g}(\mu)-\overline{g}(\mu)\right]\overline{z}_n^{l}+\\&+\left[\sum_{s=1}^{m}\gamma_s\exp(i\Delta_s(\mu))+\exp(-i\Delta_s(\mu))\cdot\omega_{sn}\sum g_s^{(q)}\omega_n^{q}\right]+(g\exp(-i(l-1))\Delta(\mu))+\\&+\overline{g}(\mu)\left(i(l-1)\Delta(\mu)\omega_n^{l-\delta_s}\right)+\ldots\end{aligned} \tag{16}$$

Попытаемся и выберем $\gamma_s(\mu), g(\mu)\in C$ так чтобы уничтожить в (16) члены $|l|$-го порядка. Это приводит к уравнению

$$\sum_{s=1}^{m}r_s\alpha_s\exp(-i\Delta_s(\mu))+\exp\left(-i\sum_{s=1}^{m}l_s\Delta_s(\mu)\right)g(\mu)-g(\mu)=0 \tag{17}$$

которое должно иметь непрерывное в $U_{\varepsilon}(0)$ решение.

Из (17) имеем

$$g(\mu)=\left(\sum_{s=1}^{m}\gamma_s\alpha_s\exp(-i\Delta_s(\mu))\delta^{-1}(\mu)\right)$$

где $\delta=1-\exp\left(-i\sum_{s=1}^{m}l_s\Delta_s(\mu)\right)$.

Учитывая, что $g(\mu)$ должно быть определенно и при $\delta(\mu)=0$, положим

$$\gamma_s(\mu)=\delta(\mu)\tilde{\gamma}_s(\mu)$$

и тогда

$$g(\mu)=\sum_{s=1}^{m}\tilde{\gamma}_s\alpha_s\exp(-i\Delta_s(\mu))$$

т.о., в качестве V_n получим

$$V_n=\delta(\mu)\sum_{s=1}^{m}\tilde{\gamma}_s(\mu)\omega_{sn}+g(\mu)\bar{z}_n^{l}\,\bar{g}(\mu)z_n^{l} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_n&=\delta(\mu)\sum_{s=1}^{m}\tilde{\gamma}_s(\mu)\omega_{sn}\sum_{s=1}^{m}\left[\exp(i\Delta(\mu))\bar{g}_s^{(q)}+\exp(-i\Delta_s(\mu))g_s^{(q)}\right]\omega_n^q+\\&+\left[g\exp(i((l-1),\Delta))+\bar{g}\exp(i((l-1),\Delta))\right]\omega_n^{k-\delta_s}+o\left(|z_n|^5\right)\end{aligned} \tag{19}$$

Функция V_n и ее первая разность содержат m-параметров $\tilde{\gamma}_s(\mu)$. Выбор этих параметров в зависимости от типа резонанса будет выполнен ниже при, рассмотрении одночастотных резонансов.

2.2 **Одночастотный резонанс**

В этом случае имеем резонанс, $3\varphi(0)\in M(s)$ а система (4) записывается в виде (12). В (18) и (19) следует положить $m=1,\ l=3$.

Параметр $\tilde{\gamma}_s(\mu)$ на дальнейший анализ не влияет, поэтому считаем, что $\gamma=1$.

Функция Ляпунова (18) и ее разность (19) принимает вид

$$\begin{aligned}&V_n=\delta(\mu)\omega_n+i\left(\overline{\alpha(\mu)}z_n^3-\alpha(\mu)\bar{z}_n^3\right)\\&\Delta V_n=2\delta(\mu)a_n(\mu)\omega_n^2+o\left(|z_n|^5\right);\ \alpha_{11}=\operatorname{Re}\alpha_n.\end{aligned} \tag{20}$$

Нетрудно видеть, что оценка области знакоопределенности функции V_n.

$$|z_n|\le c|\delta(\mu)|^{1+\eta}$$

дает оценку области притяжения (отталкивания) при $a_{11}(0)<0$ (здесь $\eta>0$ сколь угодно мало, c – постоянная, независящая от μ). Если $\sigma(\mu)=0$, то выполненные построения не нужны. Достаточно положить $V_n=\omega_n$ и тогда

$$\Delta V_n = a_{11}(\mu)\omega_n^2 + o\left(|z_n|^5\right).$$

Список использованных источников

1. Бромберг П.В. Матричные методы и теория релейного и импульсного регулирования. М.: Изд. «Наука», 1967.
2. Бопаев К.Б. Нормализация системы нелинейных разностных уравнений. Препринт № 1. КазНГУ и НГУ. Алматы-Новосибирск, 1995. 65 с.
3. Бопаев К.Б. Устойчивость решения системы нелинейных разностных уравнении в одном критическом случае. Препринт № 2. КазНГУ и НГУ. Алматы-Новосибирск, 1995. 45 с.
4. Бопаев К.Б. Устойчивость систем разностных уравнений в критическом случае при наличии резонанса и в случаях, близких к критическим. Препринт № 3. КазНГУ и НГУ. Алматы-Новосибирск, 1995. 63 с.
5. Бопаев К.Б. Устойчивость дискретных систем в критическом случае. Докл. РАН. 1996. Т. 349. № 4. С. 4-7.
6. Бопаев К.Б. Устойчивость РДС в критических и близко к критическим случаях // Журнал ДСС. 1997. № 6. С. 5-9.
7. Бопаев К.Б. Устойчивость дискретных динамических систем в критическом случае // ДНАН РК. 2000. № 2. С. 4-15.
8. Бопаев К.Б. Устойчивость РДС при наличии нескольких резонансов // ДНАН РК. 1999. № 5. С. 3-10.
9. Бопаев К.Б., Бопаева С.К. Нормализация РДС в одном критическом случае // Wykssta cenie i nauka bez granic. 2007. T. 29. Mathematyka, nowocsesne informacyine tehnologie. prize mysl. Praha, 2007.
10. Бопаев К.Б. Нормальная форма нелинейных РДС II // Математический журнал. Алматы. 2004. Т. 4. № 1. С. 4-15.
11. Бопаев К.Б. Нормальная форма нелинейных РДС I // Математический журнал. Алматы. 2003. Т. 3. № 1. С. 42-54.
12. Holmgren R.A., A. Firstcourse in discrete dynamical system – springer. 1994.